1. Data la successione $\{a_n\}$, $\lim_{n\to+\infty} a_n = 1$ significa

Risp.: [A] : $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad |a_n - 1| > \varepsilon$ [B] : $\forall\varepsilon > 0 :\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad a_n - 1 \leq \varepsilon$ [C] : $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad |a_n - 1| \leq \varepsilon$ [D] : $\forall\varepsilon > 0\ \forall m \in \mathbf{N}\ \exists n \geq m : \quad |a_n - 1| > \varepsilon$ [E] : $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad a_n - 1 \geq \varepsilon$ [F] : $\forall\varepsilon > 0\ \exists m \in \mathbf{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| \leq \varepsilon$

2. Sia f una funzione definita e continua nell'intervallo $[-1, 2]$. Allora affinché esista $x_0 \in]-1, 2[$ stazionario per f è sufficiente che

Risp.: [A] : f sia derivabile in tutto $\mathbf{R}$ [B] : f sia derivabile in $]-1, 2[$ e $f(-1) = f(2)$ [C] : f sia appartenente a $C^1(]-1, 2[)$ [D] : f sia appartenente a $C^2(]-1, 2[)$ [E] : $f(-1) = f(2)$ [F] : $f(-1)f(2) < 0$

3. Sia

$$A = \left\{ \frac{\log n}{n},\ n \in \mathbf{Z}^+ \right\}.$$

Allora

Risp.: [A] : min A=0; sup A $=+\infty$ [B] : min A=1/3; max A $=\sqrt{3}/3$ [C] : min A=0; max A $=\frac{\log 3}{3}$ [D] : inf A=0; max A $=\log 3$ [E] : inf A=0; max A $=1/3$ [F] : inf A=1; sup A $=\frac{\log 3}{3}$

4. Sia $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 7^{-1/x^2} + \dfrac{x-1}{2^x - 2} & \text{se } x \neq 0, 1 \\ 1 & \text{se } x = 0, 1. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: [A] : $x = 0$ è punto di salto, $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie [B] : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di infinito [C] : $x = 0$ è punto in cui è continua $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie [D] : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto in cui è continua [E] : $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di discontinuità eliminabile [F] : $x = 0$ è un punto in cui è continua, $x = 1$ è punto di discontinuità eliminabile

5. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $|z| \leq \mathrm{Re}z$ è dato da

Risp.: [A] : due rette [B] : una semiretta [C] : una retta [D] : una retta e un punto [E] : una circonferenza [F] : una parabola

6. Il numero

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{11}$$

vale

Risp.: [A] : $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ [B] : i [C] : $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ [D] : $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ [E] : $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ [F] : $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

7. Siano $\alpha \in \mathbf{R}^+$ e $\{a_n\}$ la successione definita da:
$a_0 = \alpha,\ \ a_{n+1} = a_n e^{-a_n},\ \ \forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: [A] : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 0$ [B] : $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ [C] : $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = L$ con $0 < L < 1$ [D] : $\{a_n\}$ è crescente se $\alpha \leq 1$ e decrescente se $\alpha > 1$ [E] : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ [F] : $\{a_n\}$ non è monotona se $0 < \alpha \leq 1$

8. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{\frac{2}{n}+1} - n}{\log(n+7) - 4\log n}$$

vale

Risp.: [A] : 0 [B] : $-\frac{2}{3}$ [C] : 3 [D] : $-1/2$ [E] : $+\infty$ [F] : non esiste

9. A quale/i delle seguenti successioni si può applicare il teorema di Bolzano-Weierstrass?

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, \quad b_n = (-1)^n \cos(n! + 7), \quad c_n = \frac{n}{2^n}$$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a_n e c_n $\boxed{\text{B}}$: a_n e b_n $\boxed{\text{C}}$: a_n, b_n e c_n $\boxed{\text{D}}$: b_n e c_n $\boxed{\text{E}}$: nessuna $\boxed{\text{F}}$: a_n

---

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x}{\cos^2 x} - \tan x\,.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $dom(f) = \mathbf{R}\setminus\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (b) $dom(f) = \mathbf{R}\setminus\{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ (c) f è periodica (d) f è dispari (e) f ammette la retta di equazione $x = \frac{\pi}{2}$ come asintoto verticale (f) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d $\boxed{\text{B}}$: b f $\boxed{\text{C}}$: a c e $\boxed{\text{D}}$: a f $\boxed{\text{E}}$: a d e $\boxed{\text{F}}$: a c f

---

11. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f è crescente in $]\frac{\pi}{2}, \pi[$ (b) $x = 2\pi$ è un punto di minimo relativo (c) $\lim_{x\to(\pi/2)^+} f'(x) = -\infty$ (d) f ammette massimo assoluto (e) f è decrescente in $]\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$ (f) f è convessa in $]0, \frac{\pi}{2}[$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: b d e $\boxed{\text{B}}$: c e $\boxed{\text{C}}$: b e f $\boxed{\text{D}}$: b c f $\boxed{\text{E}}$: a d $\boxed{\text{F}}$: b c e f

---

12. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = x^2 \Big|\log(2x)\Big|\,.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $dom(f) = \mathbf{R}^+$ (b) f ammette la retta di equazione $x = 0$ come asintoto verticale (c) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$ (d) f ammette asintoto obliquo per $x \to +\infty$ (e) f è continua nel suo dominio

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a c e $\boxed{\text{B}}$: a c $\boxed{\text{C}}$: a b d $\boxed{\text{D}}$: a b e $\boxed{\text{E}}$: c d $\boxed{\text{F}}$: c e

---

13. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f è crescente in $]\frac{1}{2}, +\infty[$ (b) f ha un punto di massimo relativo in $x = \frac{1}{2\sqrt{e}}$ (c) f ha un punto di minimo assoluto (d) f è derivabile in $x = \frac{1}{2}$ (e) $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = +\infty$ (f) f è convessa in $]0, \frac{1}{2e^{3/2}}[$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b d f $\boxed{\text{B}}$: b c d $\boxed{\text{C}}$: a b e $\boxed{\text{D}}$: a b c f $\boxed{\text{E}}$: b c e $\boxed{\text{F}}$: b c d f

---

14. Sia $\alpha \in \mathbf{R}^+$. Il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\log(1+3x) - x}{\exp(x^\alpha) - 1 - x}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 se $\alpha < 1$; 2 se $\alpha = 1$; $-\infty$ se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ se $\alpha < 1$; 0 se $\alpha = 1$; -3 se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{C}}$: 2 se $\alpha \neq 1$; $+\infty$ se $\alpha = 1$; $\boxed{\text{D}}$: 0 se $\alpha < 1$; $+\infty$ se $\alpha = 1$; -2 se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ se $\alpha \leq 1$; -2 se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{F}}$: 0 se $\alpha \neq 1$; 2 se $\alpha = 1$

---

15. Per quali $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1}{|x|^{\beta-1}}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

è derivabile in $x = 0$?

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\beta > 2$ $\boxed{\text{B}}$: $\beta = 2$ $\boxed{\text{C}}$: $\beta < 2$ $\boxed{\text{D}}$: $\beta > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $\beta \geq 1$ $\boxed{\text{F}}$: $\beta < 1$

. . . .

Cognome e nome Firma

FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
~~ATTO PRIMO~~

Analisi Matematica MODULO A

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: **quesiti 1-12**: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0.
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F