

1. Sia

$$A = \left\{ \log n + \frac{2}{n}, n \in \mathbf{Z}^+ \right\}.$$

Allora

Risp.: **A** : $\inf A=1$; $\sup A = 2$ **B** : $\min A=2$; $\sup A = \frac{2}{3} + \log 2$ **C** : $\min A=1 + \log 2$; $\sup A = +\infty$ **D** : $\min A=2$; $\sup A = +\infty$ **E** : $\min A=1 + \log 2$; $\max A = 2$ **F** : $\inf A=0$; $\sup A = +\infty$

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $\operatorname{Re}(i|z|^2 + z - i2z + 7) = 0$ è dato da

Risp.: **A** : una retta **B** : una semicirconferenza **C** : una circonferenza **D** : una parabola **E** : una semiretta
F : l'unione di due rette

3. Una delle radici terze del numero complesso $-2i$ vale

Risp.: **A** : $2(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$ **B** : $-\sqrt[3]{2}$ **C** : $2(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$ **D** : $\sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2})$ **E** : $2i$ **F** : $\sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$

4. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n + \frac{1}{2})^n + 3n^n}{n^n + 7n! + 2^n}$$

vale

Risp.: **A** : e^7 **B** : $e^2 + 1$ **C** : $e^{-\frac{5}{2}}$ **D** : 0 **E** : $e^{\frac{1}{2}} + 3$ **F** : $+\infty$

5. Si consideri la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ definita da: $a_0 = 10$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3} + \frac{1}{a_n}$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: **A** : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **B** : $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ **C** : $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 11$ **D** : $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 1$ **E** : $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = \sqrt{\frac{3}{2}}$ **F** : $\{a_n\}$ non è monotona

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\cos 2x]^{\frac{2}{3x \arctan 2x}}$$

vale

Risp.: **A** : 0 **B** : $e^{-2/3}$, **C** : $+\infty$ **D** : $e^{-\frac{1}{3}}$ **E** : e^3 **F** : $e^{3/2}$

7. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 2 \log^2 x + \frac{2}{2 \log x - 1}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\operatorname{dom}(f) =]0, +\infty[$ (b) $\operatorname{dom}(f) =]0, \sqrt{e}[\cup]\sqrt{e}, +\infty[$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (e) f ammette la retta di equazione $y = 2x$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a d **B** : a c d **C** : b c e **D** : b d e **E** : a e **F** : b d

8. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 7. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\operatorname{dom} f = \operatorname{dom} f'$ (b) f è crescente in $]0, 1[$ (c) f ha almeno un punto di massimo assoluto (d) f ha almeno un punto di minimo assoluto (e) $x = e$ è un punto di minimo relativo per f (f) $x = 2$ è un punto di minimo relativo per f

Risp.: **A** : a e **B** : a b f **C** : a d e **D** : a b c e **E** : b d **F** : a f

9. Si consideri la funzione f definita da $f(x) = \sqrt[3]{\cos 7x}$, $x \in \mathbf{R}$.

Allora $x_0 = \frac{\pi}{14}$ è per f

Risp.: **A** : un punto angoloso e di minimo **B** : un punto angoloso e di massimo **C** : un punto di flesso a tangente verticale **D** : di cuspid e di minimo **E** : di cuspid e di massimo **F** : un punto in cui f è derivabile

10. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1 + (x-1)^2)}{x(x-1)^2} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 1 \\ 2 & \text{se } x = 0, 1. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: **A**: $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = 0$ è un punto di salto **B**: $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = 0$ è un punto di infinito **C**: $x = 1$ è un punto in cui f è continua, $x = 0$ è un punto di discontinuità di seconda specie **D**: $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = 0$ è un punto di discontinuità di seconda specie **E**: $x = 1$ è un punto in cui f è continua, $x = 0$ è un punto di infinito **F**: $x = 1$ è un punto in cui f è continua, $x = 0$ è un punto di salto
