1. Sia

$$A = \left\{ \frac{\cos n\pi}{3} + \frac{1}{n+3},\ n \in \mathbf{N} \right\} .$$

Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: min A=0; max A $= \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: inf A$=-\frac{1}{3}$; max A $= \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: inf A$=-\frac{1}{12}$; max A $= \frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: min A=0; max A $= \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{E}}$: min A$=-\frac{1}{3}$; max A $= \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{F}}$: inf A$=-\frac{1}{12}$; max A $= \frac{1}{3}$

---

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $2i\Big(z^2 + |z|^2\Big) = \Big(z + \overline{z}\Big)^2$ è rappresentato

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: dall'unione di una retta e una circonferenza $\boxed{\text{B}}$: dall'unione di una semiretta e una retta $\boxed{\text{C}}$: da una retta $\boxed{\text{D}}$: da una semicirconferenza $\boxed{\text{E}}$: da una parabola $\boxed{\text{F}}$: dall'unione di una retta e una parabola

---

3. Il numero complesso

$$\left[\frac{3i}{\sqrt{3} + i} \right]^7$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boxed{\text{B}}$: 3^7 $\boxed{\text{C}}$: $3^7 i$ $\boxed{\text{D}}$: $\left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$ $\boxed{\text{E}}$: $\left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\boxed{\text{F}}$: $3^7 \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

---

4. Il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{(n - \frac{1}{2})^n - 3n^n}{n^n + 7^n + 3^{n/4}}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -3 $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{D}}$: $e^{-\frac{1}{2}} - 3$ $\boxed{\text{E}}$: $e^{\frac{1}{2}} + 1$ $\boxed{\text{F}}$: 1

---

5. Siano $\alpha \in \mathbf{R}^+$ e $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha, \quad a_{n+1} = 7(e^{a_n} - 1), \quad \forall n \in \mathbf{N}.$ Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ per ogni $\alpha \in \mathbf{R}^+$ $\boxed{\text{B}}$: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = \alpha - 1$ per ogni $\alpha \in \mathbf{R}^+$ $\boxed{\text{C}}$: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ per ogni $\alpha \in \mathbf{R}^+$ $\boxed{\text{D}}$: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ solo se $\alpha \geq 7$ $\boxed{\text{E}}$: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = e^\alpha - 1$ solo se $\alpha < 7$ $\boxed{\text{F}}$: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ solo se $\alpha \geq 7$

---

6. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = x + \frac{\pi}{4} + \arctan\left(1 - 3e^x\right) .$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $dom(f) = \mathbf{R}$ (b) $dom(f) = \mathbf{R} \setminus \{\log 3\}$ (c) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ (d) f ammette la retta di equazione $y = x - \frac{\pi}{4}$ come asintoto obliquo per $x \to +\infty$ (e) f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a c d $\boxed{\text{B}}$: b d $\boxed{\text{C}}$: b c d $\boxed{\text{D}}$: b c e $\boxed{\text{E}}$: a c e $\boxed{\text{F}}$: a d

---

7. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 6. Delle seguenti affermazioni

(a) $dom(f') = dom(f)$ (b) f è decrescente in $]3, +\infty[$ (c) f è decrescente in $]\log\frac{1}{3}, \log\frac{2}{3}[$ (d) f ammette almeno un punto di minimo assoluto (e) f ammette almeno un punto di massimo assoluto (f) f ammette almeno un punto di flesso

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a b d e $\boxed{\text{B}}$: c d e $\boxed{\text{C}}$: b d f $\boxed{\text{D}}$: a c d $\boxed{\text{E}}$: a c f $\boxed{\text{F}}$: a b d

---

8. Il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{3\left(e^{7\sin x\cos x} - e^{7x}\right)}{x^3 + x^4 \arctan 7x}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{7}$ $\boxed{\text{B}}$: -14 $\boxed{\text{C}}$: $-\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{8}{7}$ $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{F}}$: 0

---

9. Sia $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+(x-1)^2)}{x-1} + \dfrac{3}{\sin\frac{\pi x}{2}} & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \neq 2k,\ k \in \mathbf{Z} \\ 3 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2k,\ k \in \mathbf{Z}. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = 2$ è un punto di discontinuità di seconda specie $\boxed{\text{B}}$: $x = 1$ è un punto in cui è continua, $x = 2$ è un punto di discontinuità di seconda specie $\boxed{\text{C}}$: $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = 2$ è un punto di infinito $\boxed{\text{D}}$: $x = 1$ è un punto in cui è continua, $x = 2$ è un punto di infinito $\boxed{\text{E}}$: $x = 1$ è un punto di salto, $x = 2$ è un punto di infinito $\boxed{\text{F}}$: $x = 1$ è un punto di salto, $x = 2$ è un punto di discontinuità di seconda specie

---

10. Si consideri la funzione f definita da $f(x) = \sqrt[5]{(x-6)^3}$, $x \in \mathbf{R}$.
Allora per f

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x_0 = 6$ è un punto di cuspide e di massimo $\boxed{\text{B}}$: $x_0 = 6$ è un punto angoloso e di minimo $\boxed{\text{C}}$: $x_0 = 6$ è un punto in cui f é derivabile $\boxed{\text{D}}$: $x_0 = 6$ è un punto di flesso a tangente verticale $\boxed{\text{E}}$: $x_0 = 6$ è un punto di cuspide e di minimo $\boxed{\text{F}}$: $x_0 = 6$ è un punto angoloso e di massimo

---

. . . .

Cognome e nome   Firma

Corso di Laurea: ♢ per l'ambiente e il territorio ; ♢ dell'automazione industriale; ♢ civile;

♢ dell'informazione; ♢ dei materiali; ♢ meccanica.

Analisi Matematica A   24 marzo 2003   Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 135 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F