

1. Sia

$$A = \left\{ 3 \cos \left(\frac{3n+1}{n+1} \pi \right), n \in \mathbf{Z}^+ \right\}.$$

Allora

Risp.: **A** : $\min A=0$; $\max A = \frac{3}{2}$ **B** : $\inf A=-3$; $\sup A = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ **C** : $\inf A=0$; $\max A = 7$ **D** : $\inf A=-\frac{3}{2}$; $\max A = 3$ **E** : $\inf A=-3$; $\max A = 3$ **F** : $\inf A=-3$; $\sup A = 0$

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $\left(\frac{4}{|z|^2+1} - 1 \right) (|z|^2 - 2) \operatorname{Re}(z - 2iz) = 0$ è rappresentato

Risp.: **A** : dall'unione di due circonferenze ed una retta **B** : dall'unione di due punti ed una retta **C** : dall'intersezione tra due rette ed una circonferenza **D** : dall'unione di due circonferenze ed un punto **E** : dall'unione di tre rette **F** : dall'unione di una circonferenza e due rette

3. Sia $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcolare $\operatorname{Re}(z^{40} + z^{36} + 7i)$ [$\operatorname{Im}(z^{39} - z^{36}) + 3$].

Risp.: **A** : $\frac{3}{2}$ **B** : $-\frac{1}{2}$ **C** : 7 **D** : $3 + 7i$ **E** : i **F** : $-\frac{5}{2}$

4. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\log(1 + \frac{1}{2n})}{7 \log n \cdot \sin \frac{1}{2n}} + \frac{\log(n+2) + n^{-1/2}}{2 \log n} \right)$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{2}{3}$ **B** : 0 **C** : $-\frac{2}{3}$ **D** : $\frac{1}{2}$ **E** : -7 **F** : $+\infty$

5. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2) \cdot (3 \arctan(\sqrt{n}) + n^{2\alpha-1})}{n-7}$$

vale

Risp.: **A** : $\frac{3\pi}{2}$ per ogni $\alpha \leq \frac{1}{2}$, $+\infty$ altrimenti **B** : $\frac{3\pi}{4}$ per ogni $\alpha > \frac{1}{2}$, $+\infty$ altrimenti **C** : $+\infty$ per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$
D : $-\frac{3\pi}{2}$ per ogni $\alpha \leq 2$, $+\infty$ altrimenti **E** : $\frac{3\pi}{4}$ per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ **F** : $\frac{3\pi}{2}$ per ogni $\alpha < \frac{1}{2}$, $\frac{3\pi}{2} + 1$ per $\alpha = \frac{1}{2}$, $+\infty$ altrimenti

6. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = ((x-1)^2 + 1) \arctan(x-1) - x + 1.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\operatorname{dom}(f) =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$ (b) $\operatorname{dom}(f) = \mathbf{R}$ (c) f è funzione periodica di periodo π (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
 (e) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$ (f) f ammette la retta di equazione $y = x + 1$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : b d f **B** : a d f **C** : a c d **D** : a d e **E** : b d **F** : b f

7. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 6. Delle seguenti affermazioni

(a) $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$ (b) f è decrescente in $]1, 3[$ (c) $x = 1$ è punto di minimo relativo per f (d) $x = 1$ è punto di flesso a tangente orizzontale per f (e) f è concava in $] -4, -2[$ (f) f ammette un punto di massimo assoluto

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : b d f **B** : a d e **C** : a b d f **D** : a c e **E** : b d e **F** : c f

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(2 + x^{14}) - 14 \log x}{\cosh\left(\frac{1}{x^7}\right) - 1}$$

vale

Risp.: **A** : 0 **B** : 4 **C** : $\frac{1}{3}$ **D** : 3 **E** : $+\infty$ **F** : 2

9. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 + 2} & \text{se } x \leq -2 \text{ o } x \geq 2 \\ \cos\left(\frac{4\pi}{x-2}\right) + x^2 - 4 & \text{se } -2 < x < 2. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: **A** : $x = -2$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = 2$ è un punto di discontinuità di seconda specie
B : $x = -2$ è un punto in cui f è continua, $x = 2$ è un punto di infinito **C** : $x = -2$ è un punto in cui f è continua, $x = 2$ è un punto di discontinuità eliminabile **D** : $x = -2$ è un punto di salto, $x = 2$ è un punto di discontinuità di seconda specie **E** : $x = -2$ è un punto di salto, $x = 2$ è un punto di infinito **F** : $x = -2$ è un punto di salto, $x = 2$ è un punto di discontinuità eliminabile.

10. Sia $\beta \in \mathbf{R}^+$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^{7\beta} & \text{se } x \geq 0 \\ 2x^2 \log(-x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Allora f è derivabile in \mathbf{R} se e solo se

Risp.: **A** : $\beta > \frac{1}{7}$ **B** : $\beta < \frac{1}{7}$ **C** : $\beta \leq \frac{1}{7}$ **D** : $\beta = \frac{1}{7}$ **E** : $\beta > \frac{1}{14}$ **F** : $\beta > 0$

.....
Cognome e nome

Firma

Corso di Laurea: \diamond per l'ambiente e il territorio ; \diamond dell'automazione industriale; \diamond civile;
 \diamond dell'informazione; \diamond dei materiali; \diamond meccanica.

Analisi Matematica A

4 luglio 2005

Compito 1

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
 2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE questo foglio e tutti i fogli di protocollo.
 6. TEMPO a disposizione: 135 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F