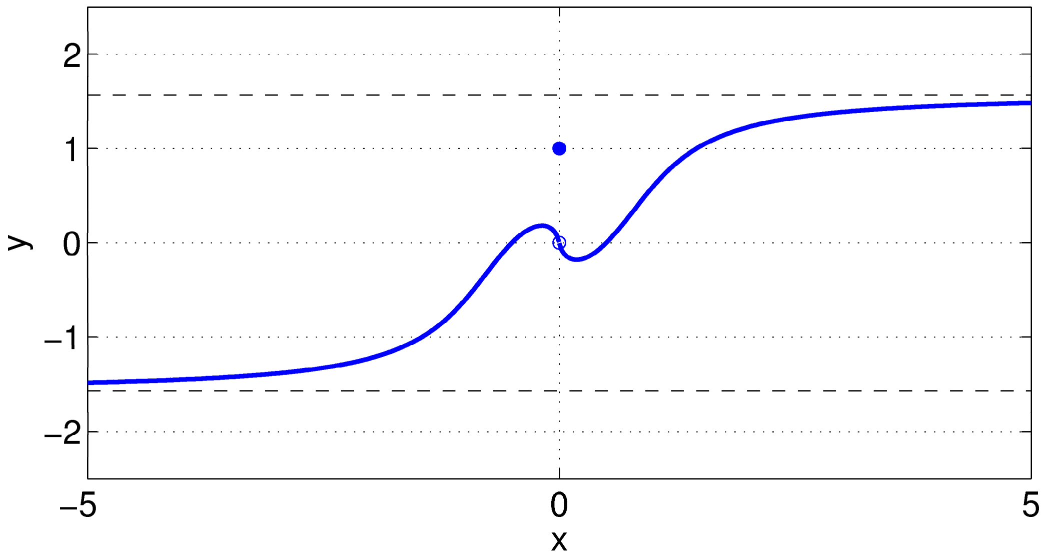
ANALISI MATEMATICA A - 7 settembre 2006 - C.d.L.: AUTL - MATL - MECL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 4 ed è il valore del coefficiente di $n!$.

FILA 1

1. Sol.: $\min A = \frac{1}{4}\log 3$; $\sup A = +\infty$. **2.** Sol.: Si ha $z_1 = 1$, $z_2 = 2$, $z_{3,4} = -7i$. **3.** Sol.: Unione di due punti di coordinate $(0,0)$ e $(-2,-2)$. **4.** Sol.: e^{-2}. **5.** Sol.: 9 se $\alpha = 8$, $+\infty$ se $\alpha > 8$, 0 se $\alpha < 8$. **6.** Sol.: $\mathrm{dom} f = \mathbf{R}$, f non è dispari nel suo dominio. f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ ed ammette la retta di equazione $y = \frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti obliqui né asintoti verticali. f discontinua in $x = 0$; $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. $f'(x) = \frac{\log(2|x|)+1}{x^2\log^2(2|x|)+1}$ per $x \neq 0$; $\mathrm{dom} f' =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$, $f'_-(0) = f'_+(0) = -\infty$. $x = -\frac{1}{2e}$ punto di massimo relativo, $x = \frac{1}{2e}$ punto di minimo relativo; f è strettamente crescente in $(-\infty, -\frac{1}{2e}) \cup (\frac{1}{2e}, +\infty)$; f è strettamente decrescente in $(-\frac{1}{2e}, 0) \cup (0, \frac{1}{2e})$. Non ci sono punti di massimo assoluto n punti di minimo assoluto per f.



Nota: f ammette almeno due punti di flesso, infatti: per $x > 0$, f ha la concavità rivolta verso l'alto in un intorno del punto di minimo relativo, mentre ha la concavità rivolta verso il basso in un intorno di $+\infty$, visto che f è crescente e c'è un asintoto orizzontale. Di conseguenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ deve esistere almeno un punto di flesso. Analoghe considerazioni valgono per $x < 0$.

7. Sol.: $-\frac{1}{2}$.

FILA 2

1. Sol.: $\min A = \frac{1}{6}\log 3$; $\sup A = +\infty$. **2.** Sol.: Si ha $z_1 = 2$, $z_2 = 3$, $z_{3,4} = -6i$. **3.** Sol.: Unione di due punti di coordinate $(0,0)$ e $(-3,-3)$. **4.** Sol.: e^{-3}. **5.** Sol.: 10 se $\alpha = 7$, $+\infty$ se $\alpha > 7$, 0 se $\alpha < 7$. **6.** Sol.: $\mathrm{dom} f = \mathbf{R}$, f non è dispari nel suo dominio. f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ ed ammette la retta di equazione $y = \frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti obliqui né asintoti verticali. f discontinua in $x = 0$; $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. $f'(x) = \frac{\log(3|x|)+1}{x^2\log^2(3|x|)+1}$ per $x \neq 0$; $\mathrm{dom} f' =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$, $f'_-(0) = f'_+(0) = -\infty$. $x = -\frac{1}{3e}$ punto di massimo relativo, $x = \frac{1}{3e}$ punto di minimo relativo; f è strettamente crescente in $(-\infty, -\frac{1}{3e}) \cup (\frac{1}{3e}, +\infty)$; f è strettamente decrescente in $(-\frac{1}{3e}, 0) \cup (0, \frac{1}{3e})$. Non ci sono punti di massimo assoluto n punti di minimo assoluto per f.

Nota: f ammette almeno due punti di flesso, infatti: per $x > 0$, f ha la concavità rivolta verso l'alto in un intorno del punto di minimo relativo, mentre ha la concavità rivolta verso il basso in un intorno di $+\infty$, visto che f è crescente e c'è un asintoto orizzontale. Di conseguenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ deve esistere almeno un punto di flesso. Analoghe considerazioni valgono per $x < 0$.

7. Sol.: $-\frac{1}{3}$.

FILA 3

1. Sol.: $\min A = \frac{1}{8}\log 3$; $\sup A = +\infty$. **2.** Sol.: Si ha $z_1 = 3$, $z_2 = 4$, $z_{3,4} = -5i$. **3.** Sol.: Unione di due punti di coordinate $(0,0)$ e $(-4,-4)$. **4.** Sol.: e^{-4}. **5.** Sol.: 11 se $\alpha = 6$, $+\infty$ se $\alpha > 6$, 0 se $\alpha < 6$. **6.** Sol.: dom$f = \mathbf{R}$, f non è dispari nel suo dominio. f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ ed ammette la retta di equazione $y = \frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti obliqui né asintoti verticali. f discontinua in $x = 0$; $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. $f'(x) = \frac{\log(4|x|)+1}{x^2\log^2(4|x|)+1}$ per $x \neq 0$; dom$f' =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$, $f'_-(0) = f'_+(0) = -\infty$. $x = -\frac{1}{4e}$ punto di massimo relativo, $x = \frac{1}{4e}$ punto di minimo relativo; f è strettamente crescente in $(-\infty, -\frac{1}{4e}) \cup (\frac{1}{4e}, +\infty)$; f è strettamente decrescente in $(-\frac{1}{4e}, 0) \cup (0, \frac{1}{4e})$. Non ci sono punti di massimo assoluto n punti di minimo assoluto per f.
Nota: f ammette almeno due punti di flesso, infatti: per $x > 0$, f ha la concavità rivolta verso l'alto in un intorno del punto di minimo relativo, mentre ha la concavità rivolta verso il basso in un intorno di $+\infty$, visto che f è crescente e c'è un asintoto orizzontale. Di conseguenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ deve esistere almeno un punto di flesso. Analoghe considerazioni valgono per $x < 0$.

7. Sol.: $-\frac{1}{4}$.

FILA 4

1. Sol.: $\min A = \frac{1}{10}\log 3$; $\sup A = +\infty$. **2.** Sol.: Si ha $z_1 = 4$, $z_2 = 5$, $z_{3,4} = -4i$. **3.** Sol.: Unione di due punti di coordinate $(0,0)$ e $(-5,-5)$. **4.** Sol.: e^{-5}. **5.** Sol.: 12 se $\alpha = 5$, $+\infty$ se $\alpha > 5$, 0 se $\alpha < 5$. **6.** Sol.: dom$f = \mathbf{R}$, f non è dispari nel suo dominio. f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ ed ammette la retta di equazione $y = \frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti obliqui né asintoti verticali. f discontinua in $x = 0$; $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. $f'(x) = \frac{\log(5|x|)+1}{x^2\log^2(5|x|)+1}$ per $x \neq 0$; dom$f' =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$, $f'_-(0) = f'_+(0) = -\infty$. $x = -\frac{1}{5e}$ punto di massimo relativo, $x = \frac{1}{5e}$ punto di minimo relativo; f è strettamente crescente in $(-\infty, -\frac{1}{5e}) \cup (\frac{1}{5e}, +\infty)$; f è strettamente decrescente in $(-\frac{1}{5e}, 0) \cup (0, \frac{1}{5e})$. Non ci sono punti di massimo assoluto n punti di minimo assoluto per f.
Nota: f ammette almeno due punti di flesso, infatti: per $x > 0$, f ha la concavità rivolta verso l'alto in un intorno del punto di minimo relativo, mentre ha la concavità rivolta verso il basso in un intorno di $+\infty$, visto che f è crescente e c'è un asintoto orizzontale. Di conseguenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ deve esistere almeno un punto di flesso. Analoghe considerazioni valgono per $x < 0$.

7. Sol.: $-\frac{1}{5}$.

FILA 5

1. Sol.: $\min A = \frac{1}{12}\log 3$; $\sup A = +\infty$. **2.** Sol.: Si ha $z_1 = 5$, $z_2 = 6$, $z_{3,4} = -3i$. **3.** Sol.: Unione di due punti di coordinate $(0,0)$ e $(-6,-6)$. **4.** Sol.: e^{-6}. **5.** Sol.: 13 se $\alpha = 4$, $+\infty$ se $\alpha > 4$, 0 se $\alpha < 4$. **6.** Sol.: dom$f = \mathbf{R}$, f non è dispari nel suo dominio. f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ ed ammette la retta di equazione $y = \frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti obliqui né asintoti verticali. f discontinua in $x = 0$; $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. $f'(x) = \frac{\log(6|x|)+1}{x^2\log^2(6|x|)+1}$ per $x \neq 0$; dom$f' =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$, $f'_-(0) = f'_+(0) = -\infty$. $x = -\frac{1}{6e}$ punto di massimo relativo, $x = \frac{1}{6e}$ punto di minimo relativo; f è strettamente crescente in $(-\infty, -\frac{1}{6e}) \cup (\frac{1}{6e}, +\infty)$; f è strettamente decrescente in $(-\frac{1}{6e}, 0) \cup (0, \frac{1}{6e})$. Non ci sono punti di massimo assoluto n punti di minimo assoluto per f.
Nota: f ammette almeno due punti di flesso, infatti: per $x > 0$, f ha la concavità rivolta verso l'alto in un intorno del punto di minimo relativo, mentre ha la concavità rivolta verso il basso in un intorno di $+\infty$, visto che f è crescente e c'è un asintoto orizzontale. Di conseguenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ deve esistere almeno un punto di flesso. Analoghe considerazioni valgono per $x < 0$.

7. Sol.: $-\frac{1}{6}$.

FILA 6

1. Sol.: $\min A = \frac{1}{14}\log 3$; $\sup A = +\infty$. **2.** Sol.: Si ha $z_1 = 6$, $z_2 = 7$, $z_{3,4} = -2i$. **3.** Sol.: Unione di due punti di coordinate $(0,0)$ e $(-7,-7)$. **4.** Sol.: e^{-7}. **5.** Sol.: 14 se $\alpha = 3$, $+\infty$ se $\alpha > 3$, 0 se $\alpha < 3$. **6.** Sol.: dom$f = \mathbf{R}$, f non è dispari nel suo dominio. f ammette la retta di equazione $y = -\frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to -\infty$ ed ammette la retta di equazione $y = \frac{\pi}{2}$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$. Non ci sono asintoti obliqui né asintoti verticali. f discontinua in $x = 0$; $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. $f'(x) = \frac{\log(7|x|)+1}{x^2\log^2(7|x|)+1}$ per $x \neq 0$; dom$f' =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$, $f'_-(0) = f'_+(0) = -\infty$. $x = -\frac{1}{7e}$ punto di massimo relativo, $x = \frac{1}{7e}$ punto di minimo relativo;

f è strettamente crescente in $(-\infty, -\frac{1}{7e}) \cup (\frac{1}{7e}, +\infty)$; f è strettamente decrescente in $(-\frac{1}{7e}, 0) \cup (0, \frac{1}{7e})$. Non ci sono punti di massimo assoluto n punti di minimo assoluto per f.
Nota: f ammette almeno due punti di flesso, infatti: per $x > 0$, f ha la concavità rivolta verso l'alto in un intorno del punto di minimo relativo, mentre ha la concavità rivolta verso il basso in un intorno di $+\infty$, visto che f è crescente e c'è un asintoto orizzontale. Di conseguenza nell'intervallo $(0, +\infty)$ deve esistere almeno un punto di flesso. Analoghe considerazioni valgono per $x < 0$.

7. Sol.: $-\frac{1}{7}$.
