ANALISI MATEMATICA A - 28 marzo 2006 - C.d.L.: AUTL - MATL - MECL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 1 ed è il valore di $F$ presente nel termine $n^2+F$.

**FILA 1**

**1.** Sol.: $\min A = \frac{\sqrt{2}}{4}$, $\sup A = \frac{1}{2}$. **2.** Sol.: $z_1 = \sqrt[3]{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right), z_2 = -\sqrt[3]{3}\,i, z_3 = \sqrt[3]{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$. **3.** Sol.: circonferenza $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. **4.** Sol.: 2. **5.** Sol.: 1 se $\alpha=\frac{3}{2}$, $+\infty$ se $\alpha>\frac{3}{2}$, 0 se $\alpha<\frac{3}{2}$. **6.** Sol.: dom$f = ]-\infty,+\infty[$, $f$ dispari; asintoto orizzontale $y=0$, no asintoti verticali o obliqui;$f'(x) = 2\left(1-2x^2\right)e^{-(x^2+1)}$, $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di massimo assoluto, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di minimo assoluto; $f$ strettamente decrescente in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente crescente in $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$, $\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}2e^{-\frac{3}{2}}$, $\max f = \frac{\sqrt{2}}{2}2e^{-\frac{3}{2}}$; $f''(x) = 4x\left(2x^2-3\right)e^{-(x^2+1)}$, $f$ strettamente convessa in $\left]-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right[\cup\left]\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente concava in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right[\cup\left]0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x=0$ punti di flesso a tangente obliqua. **7.** Sol.: $-4$. **8.** Sol.: $x=1$ è un punto in cui $f$ è continua, $x=2$ è un punto di discontinuità di seconda specie. **9.** Sol.: $x_0=7$ punto di cuspide e di minimo assoluto.

**FILA 2**

**1.** Sol.: $\min A = \frac{\sqrt{2}}{6}$, $\sup A = \frac{1}{3}$. **2.** Sol.: $z_1 = \sqrt[3]{5}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right), z_2 = -\sqrt[3]{5}\,i, z_3 = \sqrt[3]{5}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$. **3.** Sol.: circonferenza $x^2+y^2+4x-6y+4=0$. **4.** Sol.: 3. **5.** Sol.: 2 se $\alpha=\frac{5}{2}$, $+\infty$ se $\alpha>\frac{5}{2}$, 0 se $\alpha<\frac{5}{2}$. **6.** Sol.: dom$f = ]-\infty,+\infty[$, $f$ dispari; asintoto orizzontale $y=0$, no asintoti verticali o obliqui;$f'(x) = 3\left(1-2x^2\right)e^{-(x^2+2)}$, $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di massimo assoluto, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di minimo assoluto; $f$ strettamente decrescente in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente crescente in $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$, $\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}3e^{-\frac{5}{2}}$, $\max f = \frac{\sqrt{2}}{2}3e^{-\frac{5}{2}}$; $f''(x) = 6x\left(2x^2-3\right)e^{-(x^2+2)}$, $f$ strettamente convessa in $\left]-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right[\cup\left]\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente concava in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right[\cup\left]0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x=0$ punti di flesso a tangente obliqua. **7.** Sol.: $-6$. **8.** Sol.: $x=2$ è un punto in cui $f$ è continua, $x=3$ è un punto di discontinuità di seconda specie. **9.** Sol.: $x_0=6$ punto di cuspide e di minimo assoluto.

**FILA 3**

**1.** Sol.: $\min A = \frac{\sqrt{2}}{8}$, $\sup A = \frac{1}{4}$. **2.** Sol.: $z_1 = \sqrt[3]{7}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right), z_2 = -\sqrt[3]{7}\,i, z_3 = \sqrt[3]{7}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$. **3.** Sol.: circonferenza $x^2+y^2+6x-8y+9=0$. **4.** Sol.: 4. **5.** Sol.: 3 se $\alpha=\frac{7}{2}$, $+\infty$ se $\alpha>\frac{7}{2}$, 0 se $\alpha<\frac{7}{2}$. **6.** Sol.: dom$f = ]-\infty,+\infty[$, $f$ dispari; asintoto orizzontale $y=0$, no asintoti verticali o obliqui;$f'(x) = 4\left(1-2x^2\right)e^{-(x^2+3)}$, $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di massimo assoluto, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di minimo assoluto; $f$ strettamente decrescente in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente crescente in $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$, $\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}4e^{-\frac{7}{2}}$, $\max f = \frac{\sqrt{2}}{2}4e^{-\frac{7}{2}}$; $f''(x) = 8x\left(2x^2-3\right)e^{-(x^2+3)}$, $f$ strettamente convessa in $\left]-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right[\cup\left]\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente concava in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right[\cup\left]0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x=0$ punti di flesso a tangente obliqua. **7.** Sol.: $-8$. **8.** Sol.: $x=3$ è un punto in cui $f$ è continua, $x=4$ è un punto di discontinuità di seconda specie. **9.** Sol.: $x_0=5$ punto di cuspide e di minimo assoluto.

**FILA 4**

**1.** Sol.: $\min A = \frac{\sqrt{2}}{10}$, $\sup A = \frac{1}{5}$. **2.** Sol.: $z_1 = \sqrt[3]{9}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right), z_2 = -\sqrt[3]{9}\,i, z_3 = \sqrt[3]{9}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$. **3.** Sol.: circonferenza $x^2+y^2+8x-10y+16=0$. **4.** Sol.: 5. **5.** Sol.: 4 se $\alpha=\frac{9}{2}$, $+\infty$ se $\alpha>\frac{9}{2}$, 0 se $\alpha<\frac{9}{2}$. **6.** Sol.: dom$f = ]-\infty,+\infty[$, $f$ dispari; asintoto orizzontale $y=0$, no asintoti verticali o obliqui;$f'(x) = 5\left(1-2x^2\right)e^{-(x^2+4)}$, $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di massimo assoluto, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di minimo assoluto; $f$ strettamente decrescente in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente crescente in $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$, $\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}5e^{-\frac{9}{2}}$, $\max f = \frac{\sqrt{2}}{2}5e^{-\frac{9}{2}}$; $f''(x) = 10x\left(2x^2-3\right)e^{-(x^2+4)}$, $f$ strettamente convessa in $\left]-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right[\cup\left]\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente concava in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right[\cup\left]0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x=0$ punti di flesso a tangente obliqua. **7.** Sol.: $-10$. **8.** Sol.: $x=4$ è un punto in cui $f$ è continua, $x=5$ è un punto di discontinuità di seconda specie. **9.** Sol.: $x_0=4$ punto di cuspide e di minimo assoluto.

**FILA 5**

**1.** Sol.: $\min A = \frac{\sqrt{2}}{12}$, $\sup A = \frac{1}{6}$. **2.** Sol.: $z_1 = \sqrt[3]{11}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$, $z_2 = -\sqrt[3]{11}\,i$, $z_3 = \sqrt[3]{11}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$. **3.** Sol.: circonferenza $x^2+y^2+10x-12y+25=0$. **4.** Sol.: 6. **5.** Sol.: 5 se $\alpha = \frac{11}{2}$, $+\infty$ se $\alpha > \frac{11}{2}$, 0 se $\alpha < \frac{11}{2}$. **6.** Sol.: $\mathrm{dom} f = ]-\infty,+\infty[$, $f$ dispari; asintoto orizzontale $y=0$, no asintoti verticali o obliqui;$f'(x) = 6\left(1-2x^2\right)e^{-\left(x^2+5\right)}$, $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di massimo assoluto, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di minimo assoluto; $f$ strettamente decrescente in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente crescente in $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$, $\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}6e^{-\frac{11}{2}}$, $\max f = \frac{\sqrt{2}}{2}6e^{-\frac{11}{2}}$; $f''(x) = 12x\left(2x^2-3\right)e^{-\left(x^2+5\right)}$, $f$ strettamente convessa in $\left]-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right[\cup\left]\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente concava in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right[\cup\left]0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x=0$ punti di flesso a tangente obliqua. **7.** Sol.: $-12$. **8.** Sol.: $x=5$ è un punto in cui $f$ è continua, $x=6$ è un punto di discontinuità di seconda specie. **9.** Sol.: $x_0=3$ punto di cuspide e di minimo assoluto.

---

**FILA 6**

**1.** Sol.: $\min A = \frac{\sqrt{2}}{14}$, $\sup A = \frac{1}{7}$. **2.** Sol.: $z_1 = \sqrt[3]{13}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$, $z_2 = -\sqrt[3]{13}\,i$, $z_3 = \sqrt[3]{13}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)$. **3.** Sol.: circonferenza $x^2+y^2+12x-14y+36=0$. **4.** Sol.: 7. **5.** Sol.: 6 se $\alpha = \frac{13}{2}$, $+\infty$ se $\alpha > \frac{13}{2}$, 0 se $\alpha < \frac{13}{2}$. **6.** Sol.: $\mathrm{dom} f = ]-\infty,+\infty[$, $f$ dispari; asintoto orizzontale $y=0$, no asintoti verticali o obliqui;$f'(x) = 7\left(1-2x^2\right)e^{-\left(x^2+6\right)}$, $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di massimo assoluto, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ punto di minimo assoluto; $f$ strettamente decrescente in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\cup\left]\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente crescente in $\left]-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$, $\min f = -\frac{\sqrt{2}}{2}7e^{-\frac{13}{2}}$, $\max f = \frac{\sqrt{2}}{2}7e^{-\frac{13}{2}}$; $f''(x) = 14x\left(2x^2-3\right)e^{-\left(x^2+6\right)}$, $f$ strettamente convessa in $\left]-\frac{\sqrt{3}}{2},0\right[\cup\left]\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right[$, $f$ strettamente concava in $\left]-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right[\cup\left]0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x=0$ punti di flesso a tangente obliqua. **7.** Sol.: $-14$. **8.** Sol.: $x=6$ è un punto in cui $f$ è continua, $x=7$ è un punto di discontinuità di seconda specie. **9.** Sol.: $x_0=2$ punto di cuspide e di minimo assoluto.

---