
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 160 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale: $f(x) = x - \sqrt{e^x + 3}$.

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f e classificarli.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

-
2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left(\frac{2}{n+1} \right)^{(-1)^n} \cdot \cos(n\pi), n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso $w = 3 \left(\frac{i - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + i} - \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \right)$.

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}[7z - 8\bar{z} - 3\operatorname{Im} z + z^2 + z\bar{z}] = 0.$$

Risposta [punti 2,5]:

5. Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[n^7 + 3 + \sin^2(n!)] [n^{(14/n^7)} - 1]}{\log[(n+5)!] - \log[(n+3)!]}$.

Risposta [punti 3,5]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \left[\cos(2x) + \sin^2\left(\frac{2}{\sqrt{2}}x\right) - 1 \right]}{x [e^{2x} - \cosh(2x) - 2x]}.$$

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \frac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

8. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1, \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel suo dominio e, qualora si individui un punto di non derivabilità, classificarlo.

Risposta [punti 4]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale: $f(x) = x - \sqrt{e^x + 3}$.

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti. Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f e classificarli.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left(\frac{2}{n+1} \right)^{(-1)^n} \cdot \cos(n\pi), n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso $w = 3 \left(\frac{i - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + i} - \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \right)$.

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}[7z - 8\bar{z} - 3 \operatorname{Im} z + z^2 + z\bar{z}] = 0.$$

Risposta [punti 2,5]:

5. Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[n^7 + 3 + \sin^2(n!)] [n^{(14/n^7)} - 1]}{\log[(n+5)!] - \log[(n+3)!]}$.

Risposta [punti 3,5]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \left[\cos(2x) + \sin^2 \left(\frac{2}{\sqrt{2}} x \right) - 1 \right]}{x [e^{2x} - \cosh(2x) - 2x]}.$$

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \frac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

8. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1, \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel suo dominio e, qualora si individui un punto di non derivabilità, classificarlo.

Risposta [punti 4]:
