
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 160 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f .

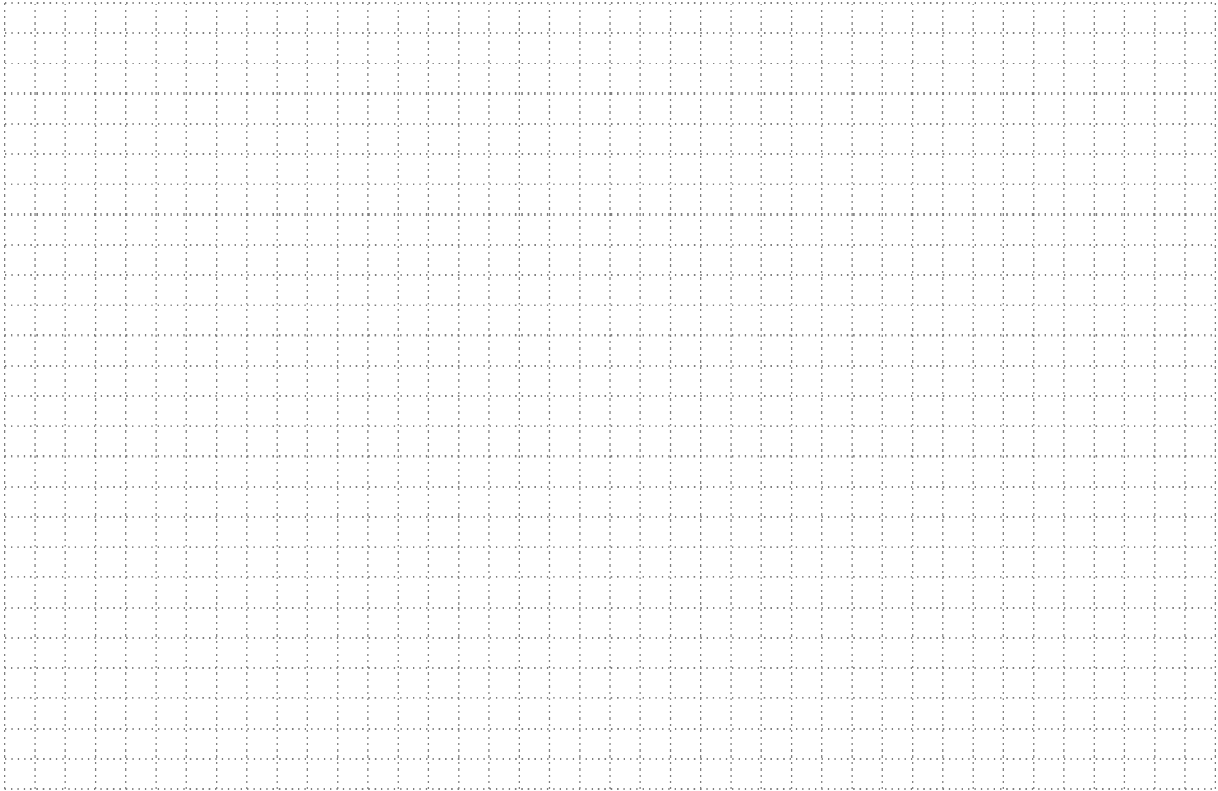
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 3]:



-
2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}} \right) \right]^7, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \frac{2(\sqrt{3} - i)^4}{(7 + 7i)^{10}}$.

Risposta [punti 2]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im} \left(\frac{|z| - 2i}{|z| + 2i} \right) + 1 = 7 \operatorname{Re}(z - z).$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{n^2 + 3n} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n - n \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n \right].$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(x^2 + x) + x \sin(x) - 2e^{x^3}}{\sinh(4x^3) + 2x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 1}\right)$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f .

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 3]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\log \left(1 + e^{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}} \right) \right]^7, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

3. Scrivere in forma algebrica il numero complesso $w = \frac{2(\sqrt{3} - i)^4}{(7 + 7i)^{10}}$.

Risposta [punti 2]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Im} \left(\frac{|z| - 2i}{|z| + 2i} \right) + 1 - 7 \operatorname{Re}(z - \bar{z}).$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{n^2 + 3n} \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^n - n \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^n \right].$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos(x^2 + x) + x \sin(x) - 2e^{x^3}}{\sinh(4x^3) + 2x^4}.$$

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} x \sqrt[3]{(\log|x|)^2} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha - 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia continua e classificare eventuali punti di discontinuità.
- Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f sia derivabile e classificare eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 6]:
