
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 160 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale:

$$f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2}.$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con le risposte date alle richieste che seguono.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f e classificarli.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e discutere la presenza di eventuali punti di non derivabilità.

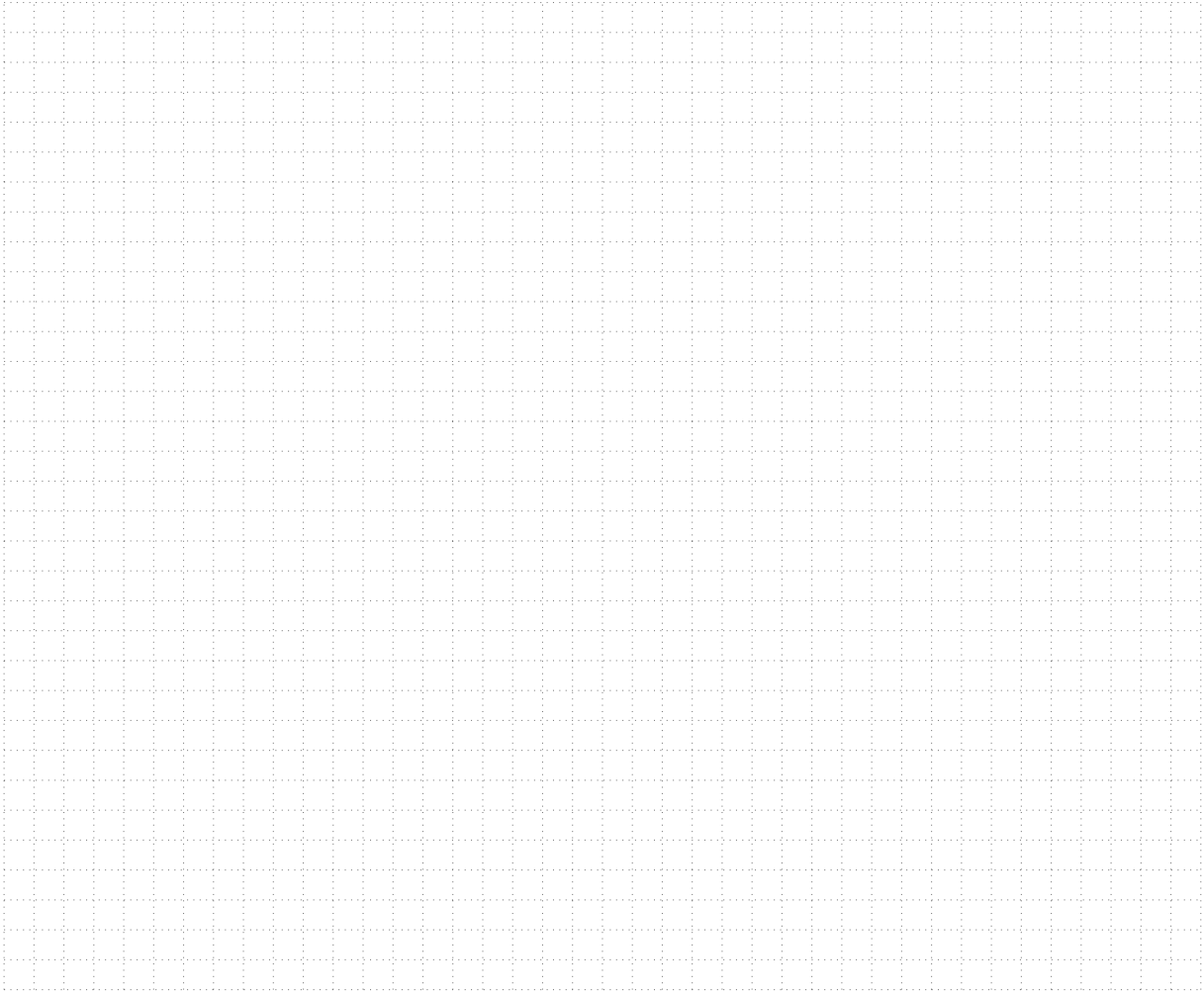
Risposta [punti 3]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:



-
2. Determinare il dominio della seguente funzione f reale di variabile reale:

$$f(x) = \frac{\arcsin(2 - \sqrt{x+7})}{e^{x+8} - 1}.$$

Risposta [punti 3]:

-
3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione: $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x-2)}{2(x-2)^2} & \text{se } x \neq 2, \\ \log \alpha & \text{se } x = 2. \end{cases}$

Discutere la continuità di f nel suo dominio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

-
4. Sia $a_n = e^{\frac{3n^2+1}{n^2}}$, con $n \in \mathbb{N}^+$.

Determinare il carattere (convergente, divergente o indeterminata) della successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Risposta [punti 1]:

Calcolare inoltre $\inf_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$, $\sup_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$ e, se esistono, $\min_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$, $\max_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$.

Risposta [punti 2]:

-
5. Calcolare $\left[\frac{16}{\sqrt{3}-i} + \frac{8}{2i} \right] (i-1)^4$.

Risposta [punti 3]:

-
6. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7(n + \log n)^3 + \arctan(n!)}{n^4 \sin \frac{1}{n} + 2\sqrt{n}}$.

Risposta [punti 3]:

-
7. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\log x \log \left(1 + \frac{3}{\log x} \right) \right]$.

Risposta [punti 3]:

-
8. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x [\log(1+x+7x^2) - x]}{3(\sinh x - \sin x)}$.

Risposta [punti 3]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale:

$$f(x) = \frac{|x^2 - x - 2|}{x^2}.$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con le risposte date alle richieste che seguono.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f e classificarli.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e discutere la presenza di eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare il dominio della seguente funzione f reale di variabile reale:

$$f(x) = \frac{\arcsin(2 - \sqrt{x+7})}{e^{x+8} - 1}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione: $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x-2)}{2(x-2)^2} & \text{se } x \neq 2, \\ \log \alpha & \text{se } x = 2. \end{cases}$

Discutere la continuità di f nel suo dominio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

4. Sia $a_n = e^{\frac{3n^2+1}{n^2}}$, con $n \in \mathbb{N}^+$.

Determinare il carattere (convergente, divergente o indeterminata) della successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ e calcolare, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Risposta [punti 1]:

Calcolare inoltre $\inf_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$, $\sup_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$ e, se esistono, $\min_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$, $\max_{n \in \mathbb{N}^+} a_n$.

Risposta [punti 2]:

5. Calcolare $\left[\frac{16}{\sqrt{3}-i} + \frac{8}{2i} \right] (i-1)^4$.

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7(n + \log n)^3 + \arctan(n!)}{n^4 \sin \frac{1}{n} + 2\sqrt{n}}$.

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\log x \log \left(1 + \frac{3}{\log x} \right) \right]$.

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x [\log(1+x+7x^2) - x]}{3(\sinh x - \sin x)}$.

Risposta [punti 3]: