ANALISI MATEMATICA A - 5 luglio 2007 - C.d.L.: AUTL - MATL - MECL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 2 ed è il valore del coefficiente di n al numeratore dell'argomento di log

---

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; non ci sono simmetrie.

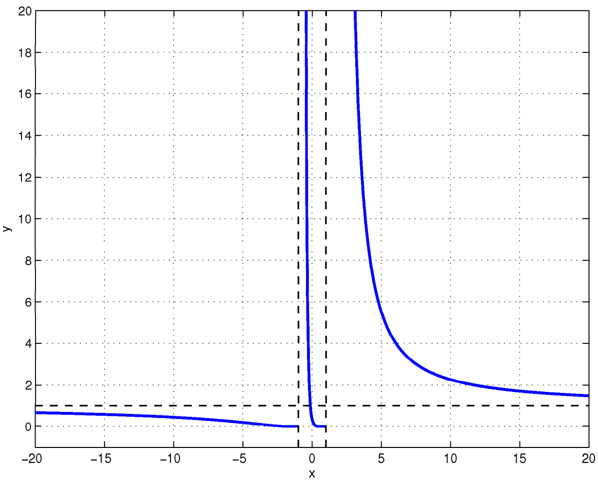
(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi $x = \pm 1$ asintoti verticali. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = -f(x)\,\dfrac{8x^2+2x+8}{(x^2-1)^2}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $]-\infty,-1[$, $]-1,1[$, $]1,+\infty[$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto, 0 è l'estremo inferiore; non ci sono estremi relativi.

(e) $f''(x) = -f'(x)\,\dfrac{8x^2+2x+8}{(x^2-1)^2} + 2f(x)\,\dfrac{8x^3+3x^2+24x+1}{(x^2-1)^3}$.

(f) esiste sicuramente un punto di flesso in $]-\infty,-1[$, poiché $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim_{x\to-1^-} f'(x) = 0$; in $]-1,1[\cup]1,+\infty[$ l'esistenza di eventuali punti di flesso non è immediatamente ricavabile dal solo calcolo dei limiti di f'.



2. $\sup A = \max A = 3\arctan(\log 2)$, $\inf A = -\dfrac{3}{2}\pi$, $\nexists \min A$.

3. $z_0 = \sqrt[3]{2}\,i$, $z_1 = -\sqrt[3]{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$.

4. il solo punto $z = \dfrac{3}{2}$.

5. $e^{\frac{2}{3}}$.

6. $\dfrac{1}{2}$.

7. $x = 7$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 8$ punto di infinito.

8. f è derivabile in $x = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$; in $x = -2$ presenta un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi $x = \pm 1$ asintoti verticali. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = -f(x)\,\dfrac{7x^2+2x+7}{(x^2-1)^2}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $]-\infty,-1[$, $]-1,1[$, $]1,+\infty[$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto, 0 è l'estremo inferiore; non ci sono estremi relativi.

(e) $f''(x) = -f'(x)\,\dfrac{7x^2+2x+7}{(x^2-1)^2} + 2f(x)\,\dfrac{7x^3+3x^2+21x+1}{(x^2-1)^3}$.

(f) esiste sicuramente un punto di flesso in $]-\infty,-1[$, poiché $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim_{x\to-1^-} f'(x) = 0$; in $]-1,1[\cup]1,+\infty[$ l'esistenza di eventuali punti di flesso non è immediatamente ricavabile dal solo calcolo dei limiti di f'.

2. $\sup A = \max A = 5\arctan(\log 3)$, $\inf A = -\dfrac{5}{2}\pi$, $\nexists \min A$.

3. $z_0 = \sqrt[3]{3}\,i$, $z_1 = -\sqrt[3]{3}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{3}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$.

4. il solo punto $z = \dfrac{5}{2}$.

5. $e^{\frac{3}{4}}$.

6. $\dfrac{1}{3}$.

7. $x = 6$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 7$ punto di infinito.

8. f è derivabile in $x = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$; in $x = -3$ presenta un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi $x = \pm 1$ asintoti verticali. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = -f(x)\,\dfrac{6x^2+2x+6}{(x^2-1)^2}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $]-\infty,-1[$, $]-1,1[$, $]1,+\infty[$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto, 0 è l'estremo inferiore; non ci sono estremi relativi.

(e) $f''(x) = -f'(x)\,\dfrac{6x^2+2x+6}{(x^2-1)^2} + 2f(x)\,\dfrac{6x^3+3x^2+18x+1}{(x^2-1)^3}$.

(f) esiste sicuramente un punto di flesso in $]-\infty,-1[$, poiché $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim_{x\to-1^-} f'(x) = 0$; in $]-1,1[\cup]1,+\infty[$ l'esistenza di eventuali punti di flesso non è immediatamente ricavabile dal solo calcolo dei limiti di f'.

2. $\sup A = \max A = 7\arctan(\log 4)$, $\inf A = -\frac{7}{2}\pi$, $\nexists \min A$.

3. $z_0 = \sqrt[3]{4}\,i$, $z_1 = -\sqrt[3]{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$.

4. il solo punto $z = \frac{7}{2}$.

5. $e^{\frac{4}{5}}$.

6. $\frac{1}{4}$.

7. $x = 5$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 6$ punto di infinito.

8. f è derivabile in $x = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$; in $x = -4$ presenta un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm1^+} f(x) = +\infty$ quindi $x = \pm 1$ asintoti verticali. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = -f(x)\,\dfrac{5x^2+2x+5}{(x^2-1)^2}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $]-\infty,-1[$, $]-1,1[$, $]1,+\infty[$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto, 0 è l'estremo inferiore; non ci sono estremi relativi.

(e) $f''(x) = -f'(x)\,\dfrac{5x^2+2x+5}{(x^2-1)^2} + 2f(x)\,\dfrac{5x^3+3x^2+15x+1}{(x^2-1)^3}$.

(f) esiste sicuramente un punto di flesso in $]-\infty,-1[$, poiché $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim_{x\to-1^-} f'(x) = 0$; in $]-1,1[\cup]1,+\infty[$ l'esistenza di eventuali punti di flesso non è immediatamente ricavabile dal solo calcolo dei limiti di f'.

2. $\sup A = \max A = 9\arctan(\log 5)$, $\inf A = -\frac{9}{2}\pi$, $\nexists \min A$.

3. $z_0 = \sqrt[3]{5}\,i$, $z_1 = -\sqrt[3]{5}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{5}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$.

4. il solo punto $z = \frac{9}{2}$.

5. $e^{\frac{5}{6}}$.

6. $\frac{1}{5}$.

7. $x = 4$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 5$ punto di infinito.

8. f è derivabile in $x = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$; in $x = -5$ presenta un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x \to \pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x \to \pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi $x = \pm 1$ asintoti verticali. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = -f(x) \dfrac{4x^2 + 2x + 4}{(x^2 - 1)^2}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $]-\infty, -1[$, $]-1, 1[$, $]1, +\infty[$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto, 0 è l'estremo inferiore; non ci sono estremi relativi.

(e) $f''(x) = -f'(x) \dfrac{4x^2 + 2x + 4}{(x^2 - 1)^2} + 2f(x) \dfrac{4x^3 + 3x^2 + 12x + 1}{(x^2 - 1)^3}$.

(f) esiste sicuramente un punto di flesso in $]-\infty, -1[$, poiché $\lim_{x \to -\infty} f'(x) = 0$ e $\lim_{x \to -1^-} f'(x) = 0$; in $]-1, 1[\cup]1, +\infty[$ l'esistenza di eventuali punti di flesso non è immediatamente ricavabile dal solo calcolo dei limiti di f'.

2. $\sup A = \max A = 11 \arctan(\log 6)$, $\inf A = -\dfrac{11}{2}\pi$, $\nexists \min A$.

3. $z_0 = \sqrt[3]{6}\, i$, $z_1 = -\sqrt[3]{6} \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} i \right)$, $z_2 = \sqrt[3]{6} \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2} i \right)$.

4. il solo punto $z = \dfrac{11}{2}$.

5. $e^{\frac{6}{7}}$.

6. $\dfrac{1}{6}$.

7. $x = 3$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 4$ punto di infinito.

8. f è derivabile in $x = \mathbb{R} \setminus \{-6\}$; in $x = -6$ presenta un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x \to \pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x \to \pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi $x = \pm 1$ asintoti verticali. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = -f(x) \dfrac{3x^2 + 2x + 3}{(x^2 - 1)^2}$.

(d) $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f strettamente decrescente in $]-\infty, -1[$, $]-1, 1[$, $]1, +\infty[$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, non ammette minimo assoluto, 0 è l'estremo inferiore; non ci sono estremi relativi.

(e) $f''(x) = -f'(x) \dfrac{3x^2 + 2x + 3}{(x^2 - 1)^2} + 2f(x) \dfrac{3x^3 + 3x^2 + 9x + 1}{(x^2 - 1)^3}$.

(f) esiste sicuramente un punto di flesso in $]-\infty,-1[$, poiché $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim_{x\to-1^-} f'(x) = 0$; in $]-1,1[\cup]1,+\infty[$ l'esistenza di eventuali punti di flesso non è immediatamente ricavabile dal solo calcolo dei limiti di f'.

2. $\sup A = \max A = 13\arctan(\log 7)$, $\inf A = -\dfrac{13}{2}\pi$, $\nexists \min A$.

3. $z_0 = \sqrt[3]{7}\, i$, $z_1 = -\sqrt[3]{7}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{7}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$.

4. il solo punto $z = \dfrac{13}{2}$.

5. $e^{\frac{7}{8}}$.

6. $\dfrac{1}{7}$.

7. $x = 2$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 3$ punto di infinito.

8. f è derivabile in $x = \mathbb{R} \setminus \{-7\}$; in $x = -7$ presenta un punto di flesso a tangente verticale.
