
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^2$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

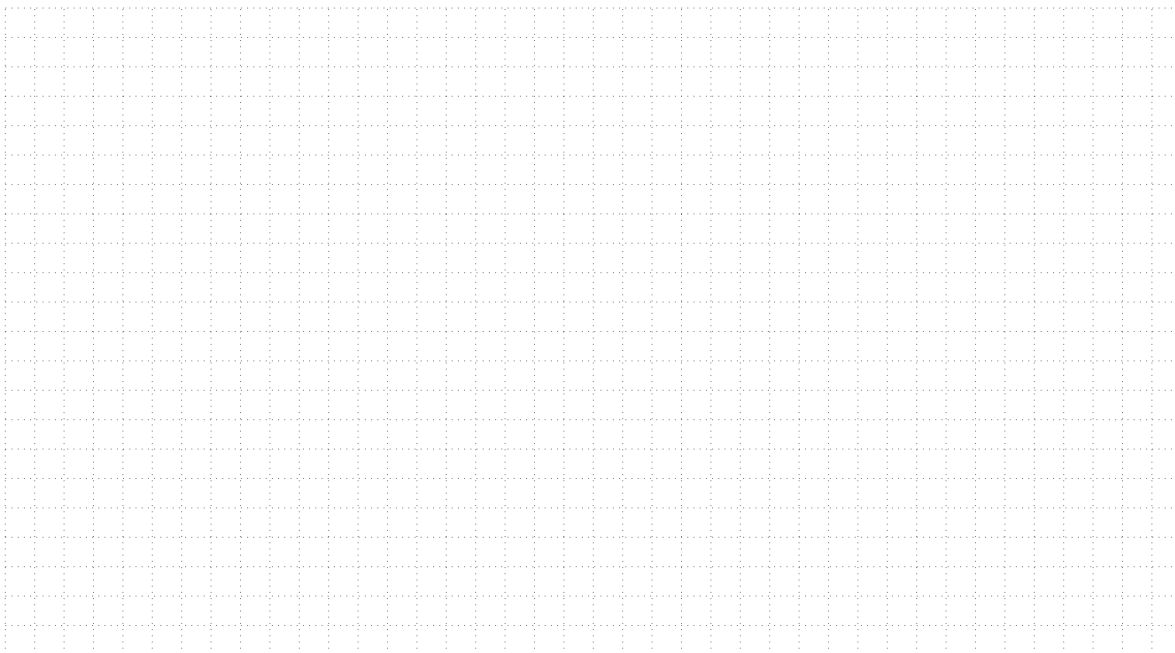
Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette almeno un punto di flesso e rappresentarlo graficamente.

Risposta [punti 1]:



-
2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \sqrt[3]{1 - \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)}, n \geq 1 \right\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|z - 7|^2 + |z + 7|^2 = 2(z - 7)^2$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare in \mathbb{C} tutte le soluzioni della seguente equazione

$$z^4 = 3iz$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4(n+1)! - \frac{1}{2^n} + \sin(n^n)}{n! [\log(2^n) - \log(3^n)]}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\alpha/2} \left(e^{x^2} - \sqrt{1 - (\log(x+1))^2} \right)$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta [punti 4]:

7. Sia $\beta \in \mathbb{R}$. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0, \\ x^\beta \left[\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2 \right] & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di β la funzione f è continua in $x = 0$ e discutere il tipo di discontinuità qualora f non sia continua.

Risposta [punti 4]:

8. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 8x|\sin x| + 1$. Discutere la derivabilità di f in $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$.

Risposta [punti 3]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^2$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette almeno un punto di flesso e rappresentarlo graficamente.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \sqrt[3]{1 - \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)}, n \geq 1 \right\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|z-7|^2 + |z+7|^2 = 2(z-7)^2$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare in \mathbb{C} tutte le soluzioni della seguente equazione

$$z^4 = 3iz$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4(n+1)! - \frac{1}{2^n} + \sin(n^n)}{n! [\log(2^n) - \log(3^n)]}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\alpha/2} \left(e^{x^2} - \sqrt{1 - (\log(x+1))^2} \right)$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta [punti 4]:

7. Sia $\beta \in \mathbb{R}$. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0, \\ x^\beta \left[\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2 \right] & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di β la funzione f è continua in $x=0$ e discutere il tipo di discontinuità qualora f non sia continua.

Risposta [punti 4]:

8. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 8x|\sin x| + 1$. Discutere la derivabilità di f in $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$.

Risposta [punti 3]:
