
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \left(2 - \frac{\pi}{2} \frac{1}{\arctan x}\right)^2 + 1$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

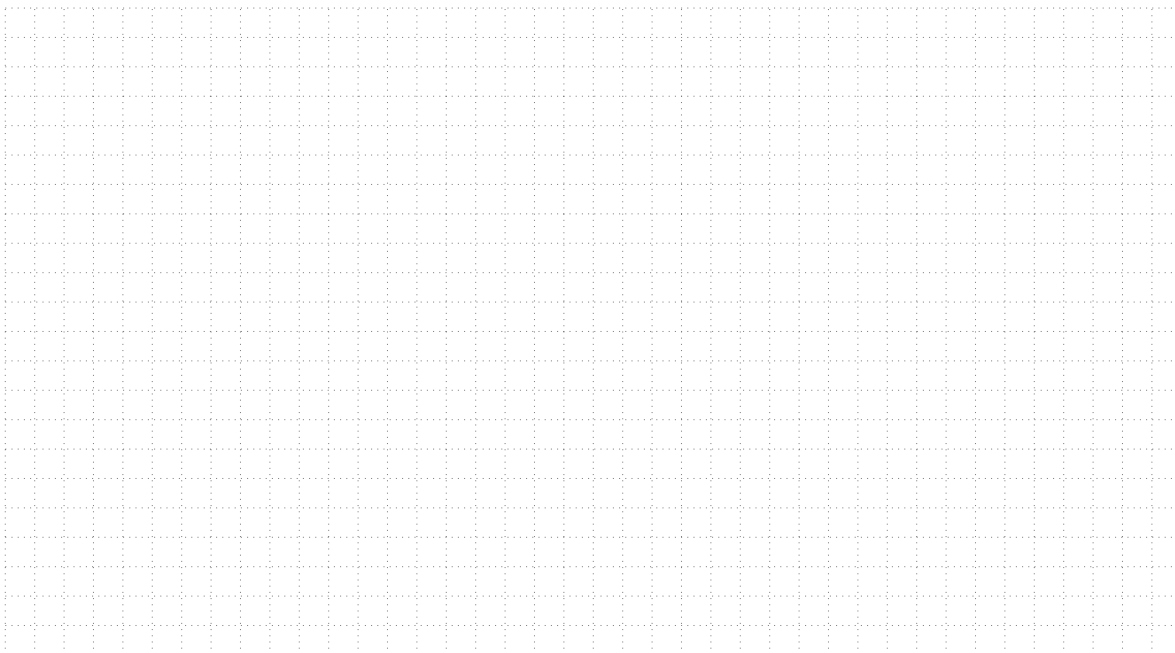
Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette almeno un punto di flesso e rappresentarlo graficamente.

Risposta [punti 1]:



-
2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \arccos \left(\frac{n+3}{2n^2+5} \right) + 3, n \geq 0 \right\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$7(z + \bar{z}) + z^2 = i + 14\operatorname{Re}z$$

Risposta [punti 3]:

4. Scrivere in forma esponenziale le radici terze complesse di

$$w = \frac{2\sqrt{2}}{(2-2i)(1-\sqrt{3}i)}$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - \sqrt{1 - \frac{2}{n}}}{7n \sin \frac{1}{n^2} + 2n^3 \sin \frac{1}{n^4}}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \log(1 + x - \sin x)^x}{\exp(x^4) - \cosh(x^2)}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{1 - x^2} & \text{se } |x| \leq 1, \\ \arcsin(x - 2) + \frac{\pi}{2} & \text{se } 1 < x \leq 3, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dire se la funzione f è continua e derivabile sul suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità e di non derivabilità qualora f non sia continua o non derivabile.

Risposta [punti 6]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \left(2 - \frac{\pi}{2} \frac{1}{\arctan x}\right)^2 + 1$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette almeno un punto di flesso e rappresentarlo graficamente.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \arccos\left(\frac{n+3}{2n^2+5}\right) + 3, n \geq 0 \right\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$7(z + \bar{z}) + z^2 = i + 14\operatorname{Re}z$$

Risposta [punti 3]:

4. Scrivere in forma esponenziale le radici terze complesse di

$$w = \frac{2\sqrt{2}}{(2-2i)(1-\sqrt{3}i)}$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - \sqrt{1 - \frac{2}{n}}}{7n \sin \frac{1}{n^2} + 2n^3 \sin \frac{1}{n^4}}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \log(1+x - \sin x)^x}{\exp(x^4) - \cosh(x^2)}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{1-x^2} & \text{se } |x| \leq 1, \\ \arcsin(x-2) + \frac{\pi}{2} & \text{se } 1 < x \leq 3, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dire se la funzione f è continua e derivabile sul suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità e di non derivabilità qualora f non sia continua o non derivabile.

Risposta [punti 6]:
