

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:   ◇ AUTL;   ◇ MATL;   ◇ MECL

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \frac{x^2}{4 - x^2}$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

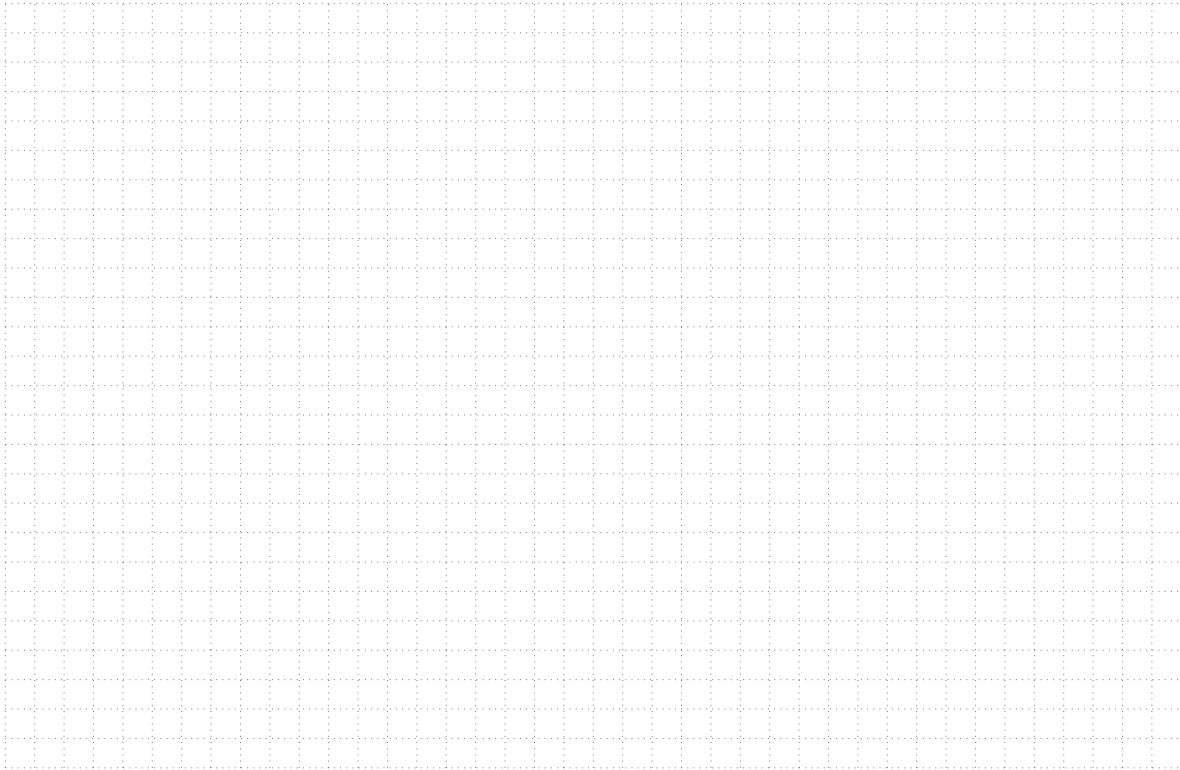
Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**



---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Si determini il numero complesso

$$w = 2 \left( \sqrt{2} + \sqrt{2}i \right) e^{i\pi/4}$$

e se ne scrivano le sue radici cubiche in forma algebrica/cartesiana.

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$[\operatorname{Re}(i\bar{z}(z-2))]^2 - [\operatorname{Im}(z(\bar{z}-2i))]^2 = 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 n^2 + n^{7n} + 8 \log(n+7)}{2(n+1)^{7n} - (2n)! - 7e^{7n}}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(e^{x^2} - 1) - \log^2(\cos x)}{6(6 \cos x + 3 \sinh x^2 - 6)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 7 \cos\left(\frac{\pi}{x-2}\right) + 8 \frac{\sinh(x-1)}{(x-1) \cosh(x-1)} & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Siano  $f$  la funzione definita nell'esercizio numero 1 e  $g : \operatorname{dom} f \rightarrow \mathbb{R}$  funzione definita da

$$g(x) = |f(x)|$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di  $g$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \frac{x^2}{4-x^2}$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Si determini il numero complesso

$$w = 2(\sqrt{2} + \sqrt{2}i) e^{i\pi/4}$$

e se ne scrivano le sue radici cubiche in forma algebrica/cartesiana.

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$[\operatorname{Re}(i\bar{z}(z-2))]^2 - [\operatorname{Im}(z(\bar{z}-2))]^2 = 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 n^2 + n^{7n} + 8 \log(n+7)}{2(n+1)^{7n} - (2n)! - 7e^{7n}}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(e^{x^2} - 1) - \log^2(\cos x)}{6(6 \cos x + 3 \sinh x^2 - 6)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 7 \cos\left(\frac{\pi}{x-2}\right) + 8 \frac{\sinh(x-1)}{(x-1) \cosh(x-1)} & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Siano  $f$  la funzione definita nell'esercizio numero 1 e  $g: \operatorname{dom} f \rightarrow \mathbb{R}$  funzione definita da

$$g(x) = |f(x)|$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di  $g$ .

**Risposta [punti 3]:**

---