ANALISI MATEMATICA A - 4 settembre 2008 - C.d.L.: AUTL - MATL - MECL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 1 ed è l'addendo costante che compare nella definizione di f, al di fuori della parentesi tonda.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 10$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$. $y = 10$ asintoto orizzontale sinistro, $y = 2$ asintoto orizzontale destro, $x = 0$ asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \frac{\pi}{(1+x^2)(\arctan x)^2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\arctan x}\right)$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$, f strettamente decrescente in $(0, 1)$, $x = 1$ è punto di minimo assoluto, non esistono punti di massimo assoluto.

(e) Esiste un punto di flesso a tangente obliqua nell'intervallo $(1, +\infty)$

2. Si dimostra che $a_n = \arccos\left(\frac{n+3}{2n^2+5}\right) + 3$ è monotona crescente. Pertanto per il teorema delle successioni monotone si ha $\inf A = \min A = \arccos(3/5) + 3$, $\nexists \max A$, $\sup A = \frac{\pi}{2} + 3$.

3. Il luogo geometrico è dato dall'unione dei punti $z_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.

4. Si ha $w = \frac{1}{2}e^{i\pi 7/12}$, da cui $z_0 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\pi 7/36}$, $z_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\pi 31/36}$, $z_2 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\pi 55/36}$.

5. $\dfrac{1}{6}$.

6. 1.

7. f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. $x = 3$ è un punto di salto. I punti di non derivabilità sono $x = \pm 1$. $x = -1$ è un punto angoloso, mentre $x = 1$ è un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 11$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$. $y = 11$ asintoto orizzontale sinistro, $y = 3$ asintoto orizzontale destro, $x = 0$ asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \frac{\pi}{(1+x^2)(\arctan x)^2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\arctan x}\right)$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$, f strettamente decrescente in $(0, 1)$, $x = 1$ è punto di minimo assoluto, non esistono punti di massimo assoluto.

(e) Esiste un punto di flesso a tangente obliqua nell'intervallo $(1, +\infty)$

2. Si dimostra che $a_n = \arccos\left(\frac{n+6}{2n^2+10}\right) + 5$ è monotona crescente. Pertanto per il teorema delle successioni monotone si ha $\inf A = \min A = \arccos(3/5) + 5$, $\nexists \max A$, $\sup A = \frac{\pi}{2} + 5$.

3. Il luogo geometrico è dato dall'unione dei punti $z_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.

4. Si ha $w = \frac{2}{3}e^{i\pi 7/12}$, da cui $z_0 = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}e^{i\pi 7/36}$, $z_1 = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}e^{i\pi 31/36}$, $z_2 = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}e^{i\pi 55/36}$.

5. $\dfrac{1}{12}$.

6. 2.

7. f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. $x = 4$ è un punto di salto. I punti di non derivabilità sono $x = \pm 2$. $x = -2$ è un punto angoloso, mentre $x = 2$ è un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 12$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 4$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$. $y = 12$ asintoto orizzontale sinistro, $y = 4$ asintoto orizzontale destro, $x = 0$ asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \frac{\pi}{(1+x^2)(\arctan x)^2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\arctan x}\right)$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$,
f strettamente decrescente in $(0, 1)$, $x = 1$ è punto di minimo assoluto, non esistono punti di massimo assoluto.

(e) Esiste un punto di flesso a tangente obliqua nell'intervallo $(1, +\infty)$

2. Si dimostra che $a_n = \arccos\left(\frac{n+9}{2n^2+15}\right) + 7$ è monotona crescente. Pertanto per il teorema delle successioni monotone si ha $\inf A = \min A = \arccos(3/5) + 7$, $\nexists \max A$, $\sup A = \frac{\pi}{2} + 7$.

3. Il luogo geometrico è dato dall'unione dei punti $z_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$.

4. Si ha $w = \frac{3}{4}e^{i\pi 7/12}$, da cui $z_0 = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}e^{i\pi 7/36}$, $z_1 = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}e^{i\pi 31/36}$, $z_2 = \sqrt[3]{\frac{3}{4}}e^{i\pi 55/36}$.

5. $\dfrac{1}{18}$.

6. 3.

7. f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. $x = 5$ è un punto di salto. I punti di non derivabilità sono $x = \pm 3$. $x = -3$ è un punto angoloso, mentre $x = 3$ è un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 13$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 5$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$. $y = 13$ asintoto orizzontale sinistro, $y = 5$ asintoto orizzontale destro, $x = 0$ asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = \frac{\pi}{(1+x^2)(\arctan x)^2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\arctan x}\right)$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$,
f strettamente decrescente in $(0, 1)$, $x = 1$ è punto di minimo assoluto, non esistono punti di massimo assoluto.

(e) Esiste un punto di flesso a tangente obliqua nell'intervallo $(1, +\infty)$

2. Si dimostra che $a_n = \arccos\left(\frac{n+12}{2n^2+20}\right) + 9$ è monotona crescente. Pertanto per il teorema delle successioni monotone si ha $\inf A = \min A = \arccos(3/5) + 9$, $\nexists \max A$, $\sup A = \frac{\pi}{2} + 9$.

3. Il luogo geometrico è dato dall'unione dei punti $z_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.

4. Si ha $w = \frac{4}{5}e^{i\pi 7/12}$, da cui $z_0 = \sqrt[3]{\frac{4}{5}}e^{i\pi 7/36}$, $z_1 = \sqrt[3]{\frac{4}{5}}e^{i\pi 31/36}$, $z_2 = \sqrt[3]{\frac{4}{5}}e^{i\pi 55/36}$.

5. $\dfrac{1}{24}$.

6. 4.

7. f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{6\}$. $x = 6$ è un punto di salto. I punti di non derivabilità sono $x = \pm 4$. $x = -4$ è un punto angoloso, mentre $x = 4$ è un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 5

1.
(a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.
(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 14$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 6$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$. $y = 14$ asintoto orizzontale sinistro, $y = 6$ asintoto orizzontale destro, $x = 0$ asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
(c) $f'(x) = \frac{\pi}{(1+x^2)(\arctan x)^2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\arctan x}\right)$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.
(d) f strettamente crescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$,
f strettamente decrescente in $(0, 1)$, $x = 1$ è punto di minimo assoluto, non esistono punti di massimo assoluto.
(e) Esiste un punto di flesso a tangente obliqua nell'intervallo $(1, +\infty)$

2. Si dimostra che $a_n = \arccos\left(\frac{n+15}{2n^2+25}\right) + 11$ è monotona crescente. Pertanto per il teorema delle successioni monotone si ha $\inf A = \min A = \arccos(3/5) + 11$, $\nexists \max A$, $\sup A = \frac{\pi}{2} + 11$.

3. Il luogo geometrico è dato dall'unione dei punti $z_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.

4. Si ha $w = \frac{5}{6}e^{i\pi 7/12}$, da cui $z_0 = \sqrt[3]{\frac{5}{6}}e^{i\pi 7/36}$, $z_1 = \sqrt[3]{\frac{5}{6}}e^{i\pi 31/36}$, $z_2 = \sqrt[3]{\frac{5}{6}}e^{i\pi 55/36}$.

5. $\dfrac{1}{30}$.

6. 5.

7. f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{7\}$. $x = 7$ è un punto di salto. I punti di non derivabilità sono $x = \pm 5$. $x = -5$ è un punto angoloso, mentre $x = 5$ è un punto di flesso a tangente verticale.

Fila 6

1.
(a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.
(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 15$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 7$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$. $y = 15$ asintoto orizzontale sinistro, $y = 7$ asintoto orizzontale destro, $x = 0$ asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
(c) $f'(x) = \frac{\pi}{(1+x^2)(\arctan x)^2}\left(2 - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\arctan x}\right)$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$,
f strettamente decrescente in $(0, 1)$, $x = 1$ è punto di minimo assoluto, non esistono punti di massimo assoluto.

(e) Esiste un punto di flesso a tangente obliqua nell'intervallo $(1, +\infty)$

2. Si dimostra che $a_n = \arccos\left(\frac{n+18}{2n^2+30}\right) + 13$ è monotona crescente. Pertanto per il teorema delle successioni monotone si ha $\inf A = \min A = \arccos(3/5) + 13$, $\nexists \max A$, $\sup A = \frac{\pi}{2} + 13$.

3. Il luogo geometrico è dato dall'unione dei punti $z_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.

4. Si ha $w = \frac{6}{7}e^{i\pi 7/12}$, da cui $z_0 = \sqrt[3]{\frac{6}{7}}e^{i\pi 7/36}$, $z_1 = \sqrt[3]{\frac{6}{7}}e^{i\pi 31/36}$, $z_2 = \sqrt[3]{\frac{6}{7}}e^{i\pi 55/36}$.

5. $\dfrac{1}{36}$.

6. 6.

7. f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{8\}$. $x = 8$ è un punto di salto. I punti di non derivabilità sono $x = \pm 6$. $x = -6$ è un punto angoloso, mentre $x = 6$ è un punto di flesso a tangente verticale.