# ANALISI MATEMATICA A - 18 marzo 2008 - C.d.L.: AUTL - MATL - MECL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 7 ed è il termine non moltiplicato per $x$.

**Fila 1**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = 2$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti orizzontali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = 8 + \log|x|$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) $f$ strettamente crescente in $\left]-\infty, -e^{-8}\right[ \cup \left]e^{-8}, +\infty\right[$, $f$ strettamente decrescente in $\left]-e^{-8}, 0\right[ \cup \left]0, e^{-8}\right[$, $x = -e^{-8}$ punto di massimo relativo, $x = e^{-8}$ punto di minimo relativo, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\infty$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$.

(e) $f''(x) = \frac{1}{x}$, $f$ è strettamente concava in $]-\infty, 0[$, $f$ è strettamente convessa in $]0, +\infty[$.

**2.** $\sup A = 4$, $\nexists \max A$, $\inf A = \min A = 3 + e^{-1}$.

**3.** circonferenza di equazione $3x^2 + 3y^2 + 28y = 0$.

**4.** $z_{1,2} = -2i$, $z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_4 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_5 = -i$.

**5.** $\frac{1}{\log 3}$.

**6.** $e^{-\frac{1}{2}}$.

**7.** $f$ continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 1$, $x = 0$ punto di flesso a tangenza verticale. $f$ discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 1$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile.

**Fila 2**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = 4$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti orizzontali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = 7 + \log|x|$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) $f$ strettamente crescente in $\left]-\infty, -e^{-7}\right[ \cup \left]e^{-7}, +\infty\right[$, $f$ strettamente decrescente in $\left]-e^{-7}, 0\right[ \cup \left]0, e^{-7}\right[$, $x = -e^{-7}$ punto di massimo relativo, $x = e^{-7}$ punto di minimo relativo, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\infty$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$.

(e) $f''(x) = \frac{1}{x}$, $f$ è strettamente concava in $]-\infty, 0[$, $f$ è strettamente convessa in $]0, +\infty[$.

**2.** $\sup A = 6$, $\nexists \max A$, $\inf A = \min A = 5 + e^{-1}$.

**3.** circonferenza di equazione $3x^2 + 3y^2 + 24y = 0$.

**4.** $z_{1,2} = -3i$, $z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_4 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_5 = -i$.

**5.** $\dfrac{3}{\log 5}$.

**6.** $e^{-\frac{1}{3}}$.

**7.** $f$ continua ma non derivabile in $x=0$ per $\alpha=2$, $x=0$ punto di flesso a tangenza verticale. $f$ discontinua in $x=0$ per $\alpha\neq 2$, $x=0$ punto di discontinuità eliminabile.

---

## Fila 3

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim\limits_{x\to0^{\pm}} f(x) = 6$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti orizzontali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = 6+\log|x|$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) $f$ strettamente crescente in $\left]-\infty,-e^{-6}\right[\cup\left]e^{-6},+\infty\right[$, $f$ strettamente decrescente in $\left]-e^{-6},0\right[\cup\left]0,e^{-6}\right[$, $x=-e^{-6}$ punto di massimo relativo, $x=e^{-6}$ punto di minimo relativo, $\inf\limits_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\infty$, $\sup\limits_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$.

(e) $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $f$ è strettamente concava in $]-\infty,0[$, $f$ è strettamente convessa in $]0,+\infty[$.

**2.** $\sup A = 8$, $\nexists \max A$, $\inf A = \min A = 7+e^{-1}$.

**3.** circonferenza di equazione $3x^2+3y^2+20y=0$.

**4.** $z_{1,2} = -4i$, $z_3 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{i}{2}$, $z_4 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{i}{2}$, $z_5=-i$.

**5.** $\dfrac{5}{\log 7}$.

**6.** $e^{-\frac{1}{4}}$.

**7.** $f$ continua ma non derivabile in $x=0$ per $\alpha=3$, $x=0$ punto di flesso a tangenza verticale. $f$ discontinua in $x=0$ per $\alpha\neq 3$, $x=0$ punto di discontinuità eliminabile.

---

## Fila 4

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim\limits_{x\to0^{\pm}} f(x) = 8$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti orizzontali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = 5+\log|x|$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) $f$ strettamente crescente in $\left]-\infty,-e^{-5}\right[\cup\left]e^{-5},+\infty\right[$, $f$ strettamente decrescente in $\left]-e^{-5},0\right[\cup\left]0,e^{-5}\right[$, $x=-e^{-5}$ punto di massimo relativo, $x=e^{-5}$ punto di minimo relativo, $\inf\limits_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\infty$, $\sup\limits_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$.

(e) $f''(x) = \dfrac{1}{x}$, $f$ è strettamente concava in $]-\infty,0[$, $f$ è strettamente convessa in $]0,+\infty[$.

**2.** $\sup A = 10$, $\nexists \max A$, $\inf A = \min A = 9+e^{-1}$.

**3.** circonferenza di equazione $3x^2+3y^2+16y=0$.

**4.** $z_{1,2} = -5i$, $z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_4 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_5 = -i$.

**5.** $\frac{7}{\log 9}$.

**6.** $e^{-\frac{1}{5}}$.

**7.** $f$ continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 4$, $x = 0$ punto di flesso a tangenza verticale. $f$ discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 4$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile.

---

**Fila 5**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = 10$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti orizzontali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = 4 + \log|x|$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) $f$ strettamente crescente in $\left]-\infty, -e^{-4}\right[ \cup \left]e^{-4}, +\infty\right[$, $f$ strettamente decrescente in $\left]-e^{-4}, 0\right[ \cup \left]0, e^{-4}\right[$, $x = -e^{-4}$ punto di massimo relativo, $x = e^{-4}$ punto di minimo relativo, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\infty$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$.

(e) $f''(x) = \frac{1}{x}$, $f$ è strettamente concava in $]-\infty, 0[$, $f$ è strettamente convessa in $]0, +\infty[$.

**2.** $\sup A = 12$, $\nexists \max A$, $\inf A = \min A = 11 + e^{-1}$.

**3.** circonferenza di equazione $3x^2 + 3y^2 + 12y = 0$.

**4.** $z_{1,2} = -6i$, $z_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_4 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$, $z_5 = -i$.

**5.** $\frac{9}{\log 11}$.

**6.** $e^{-\frac{1}{6}}$.

**7.** $f$ continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 5$, $x = 0$ punto di flesso a tangenza verticale. $f$ discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 5$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile.

---

**Fila 6**

**1.** (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = 12$. Non ci sono asintoti verticali, né asintoti orizzontali, né asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = 3 + \log|x|$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) $f$ strettamente crescente in $\left]-\infty, -e^{-3}\right[ \cup \left]e^{-3}, +\infty\right[$, $f$ strettamente decrescente in $\left]-e^{-3}, 0\right[ \cup \left]0, e^{-3}\right[$, $x = -e^{-3}$ punto di massimo relativo, $x = e^{-3}$ punto di minimo relativo, $\inf_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = -\infty$, $\sup_{x\in\operatorname{dom} f} f(x) = +\infty$.

(e) $f''(x) = \frac{1}{x}$, $f$ è strettamente concava in $]-\infty, 0[$, $f$ è strettamente convessa in $]0, +\infty[$.

**2.** $\sup A = 14$, $\nexists \max A$, $\inf A = \min A = 13 + e^{-1}$.

**3.** circonferenza di equazione $3x^2 + 3y^2 + 8y = 0$.

**4.** $z_{1,2} = -7i$, $z_3 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2}$, $z_4 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2}$, $z_5 = -i$.

**5.** $\dfrac{11}{\log 13}$.

**6.** $e^{-\frac{1}{7}}$.

**7.** $f$ continua ma non derivabile in $x = 0$ per $\alpha = 6$, $x = 0$ punto di flesso a tangenza verticale. $f$ discontinua in $x = 0$ per $\alpha \neq 6$, $x = 0$ punto di discontinuità eliminabile.

---