
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + \frac{1}{3}$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

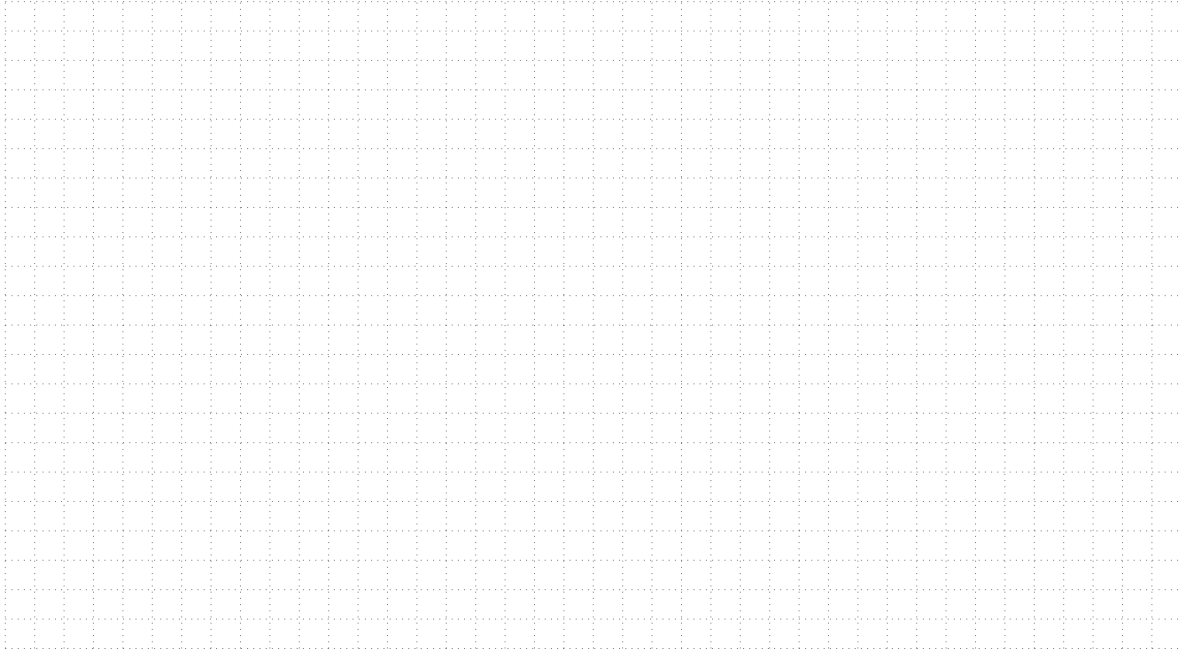
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la derivata seconda di f . Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se esiste o meno un punto di flesso per la funzione (si consiglia di calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$).

Risposta [punti 2]:



2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$ e $\max A$, dove

$$A = \left\{ (-1)^n e^{-1/(n+1)^4}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che sia soddisfatta la seguente equazione:

$$\left| |z| - 2i\sqrt{z \cdot \bar{z}} \right| \cdot [|z - 4| - 1] = 0.$$

Risposta [punti 4]:

4. Calcolare le soluzioni della seguente equazione

$$(z^3 + i)(z^2 + 4iz - 3) = 0$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2/n^3} - 1}{\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}} \left[\log \left(1 + \frac{1}{4n} \right)^n \right]$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il seguente limite al variare di $\beta \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 + e^{\sin x}}{2} \right)^{3/x^\beta}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x} + \sqrt{|x|} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità. Nel caso in cui f sia continua, dire se è derivabile o meno in $x = 0$ e, in caso negativo, classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + \frac{1}{3}$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la derivata seconda di f . Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se esiste o meno un punto di flesso per la funzione (si consiglia di calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$).

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$ e $\max A$, dove

$$A = \left\{ (-1)^n e^{-1/(n+1)^4}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che sia soddisfatta la seguente equazione:

$$\left| |z| - 2i\sqrt{z \cdot \bar{z}} \right| \cdot [|z - 4| - 1] = 0.$$

Risposta [punti 4]:

4. Calcolare le soluzioni della seguente equazione

$$(z^3 + i)(z^2 + 4iz - 3) = 0$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2/n^3} - 1}{\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}} \left[\log\left(1 + \frac{1}{4n}\right) \right]^n$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il seguente limite al variare di $\beta \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 + e^{\sin x}}{2} \right)^{3/x^\beta}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x} + \sqrt{|x|} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità. Nel caso in cui f sia continua, dire se è derivabile o meno in $x = 0$ e, in caso negativo, classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:
