
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{x+2} e^{-(x+2)}$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

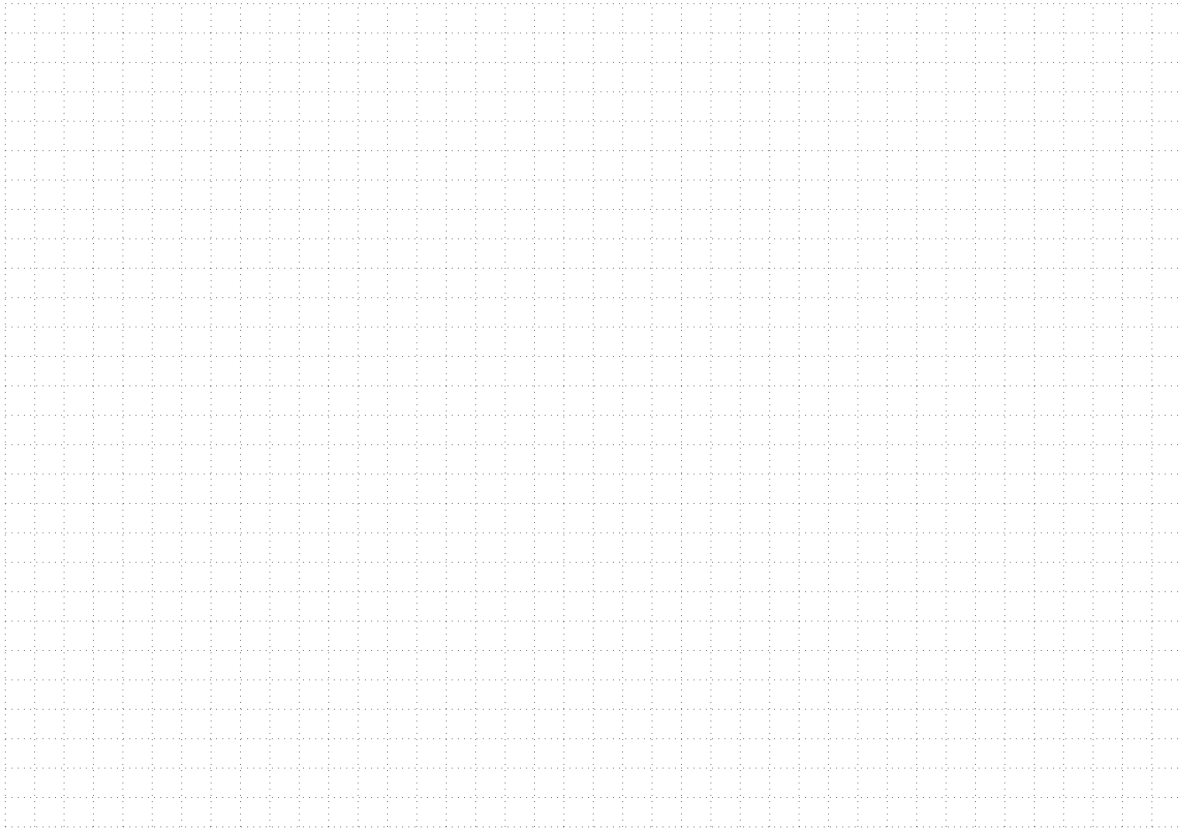
Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f .

Risposta [punti 2]:

Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se f ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

Risposta [punti 1]:



2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \{3 \arctan [(-1)^n 2n], n \in \mathbb{N}\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left[\operatorname{Re}(z + 3\bar{z}) - i \operatorname{Im}(2z - \bar{z}) + \overline{(z + 3i - 4)} \right] \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$(z^2 - 4i)(z^2 - 5iz - 6) = 0$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^2 \log \left[\frac{\sin\left(\frac{2}{n}\right)}{\frac{2}{n}} \right]$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arctan(x)} - \log(1+x) - 1}{1 - \cos(3x)}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x^2 - 2x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 0, \\ 9 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Dire se la funzione f è continua nel suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità qualora f non sia continua.

Risposta [punti 4]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{x+2} e^{-(x+2)}$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f .

Risposta [punti 2]:

Senza studiare il segno della derivata seconda, dire se f ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \{3 \arctan [(-1)^n 2n], n \in \mathbb{N}\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left[\operatorname{Re}(z + 3\bar{z}) - i \operatorname{Im}(2z - \bar{z}) + \overline{(z + 3i - 4)} \right] \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$(z^2 - 4i)(z^2 - 5iz - 6) = 0$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^2 \log \left[\frac{\sin\left(\frac{2}{n}\right)}{\frac{2}{n}} \right]$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arctan(x)} - \log(1+x) - 1}{1 - \cos(3x)}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x^2 - 2x} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 0, \\ 9 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Dire se la funzione f è continua nel suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità qualora f non sia continua.

Risposta [punti 4]:
