Cognome e nome ....Firma.....................Matricola.....................

Corso di Laurea: ♢ AUTL, ♢ INFL, ♢ MECL, ♢ MATL, ♢ AMBL, ♢ CIVL, ♢ GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + x^2 \log |x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 1]:

Studiare la continuità della funzione nel suo dominio.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f: stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.
Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la funzione derivata seconda di f dire se la funzione ammette dei flessi e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2(z+\overline{z}) - 3\mathrm{Im}(z) = z^2 - 3|z|^2.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione (con la loro molteplicità)

$$\left[z^2 + 6iz - 9\right]\left(z^3 + 8\right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$ e $\max A$, dove

$$A = \left\{ \left[\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n+1} \right]^{(-1)^n}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n\to\infty} n^3 \left(e^{1/n} - 1\right) \left[\sqrt{n^2 + \log\left(1 + \frac{3}{n}\right)} - n \right]$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^2} - (\cos x)^2}{x^2 \sinh(x^2)}$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $f :]-1/7, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+7x)}{x} + x^{4/5} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità. Nel caso in cui f sia continua, dire se è derivabile o meno in $x = 0$ e, in caso negativo, classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:

---

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1 + x^2 \log|x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 1]:

Studiare la continuità della funzione nel suo dominio.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f: stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.
Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la funzione derivata seconda di f dire se la funzione ammette dei flessi e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2(z + \overline{z}) - 3\mathrm{Im}(z) = z^2 - 3|z|^2.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione (con la loro molteplicità)

$$\left[z^2 + 6iz - 9\right]\left(z^3 + 8\right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$ e $\max A$, dove

$$A = \left\{ \left[\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n+1} \right]^{(-1)^n}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \to \infty} n^3 \left(e^{1/n} - 1\right) \left[\sqrt{n^2 + \log\left(1 + \frac{3}{n}\right)} - n \right]$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-x^2} - (\cos x)^2}{x^2 \sinh(x^2)}$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $f :]-1/7, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1 + 7x)}{x} + x^{4/5} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità. Nel caso in cui f sia continua, dire se è derivabile o meno in $x = 0$ e, in caso negativo, classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:
