
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTL, \diamond INFL, \diamond MECL, \diamond MATL, \diamond AMBL, \diamond CIVL, \diamond GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \frac{e^x - 2}{e^x - 3}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f : stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 7(-1)^n + \frac{2n+1}{n} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

3. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$[7|z|^2 - 7(z + i\bar{z})\operatorname{Im}z] \in \mathbb{R}.$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare le radici terze del numero complesso seguente

$$z = 3(1+i)^2$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+7)^n + 2n^n}{n^n + 8n! + 2^n}$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2[e^{7x} - \sin 7x - \cosh 7x]}{49[x^\alpha - x^2 \tan \frac{2}{3}x]}$$

Risposta [punti 4]:

7. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $I =]0, 2[$. Sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} |\arcsin(x-1)| & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \in]0, 2[, \\ \beta - 2 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Si discuta al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in I .

Risposta [punti 4]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \frac{e^x - 2}{e^x - 3}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f ; stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 7(-1)^n + \frac{2n+1}{n} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

3. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left[7|z|^2 - 7(z + i\bar{z})\operatorname{Im}z \right] \in \mathbb{R}.$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare le radici terze del numero complesso seguente

$$z = 3(1+i)^2$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+7)^n + 2n^n}{n^n + 8n! + 2^n}$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2[e^{7x} - \sin 7x - \cosh 7x]}{49[x^\alpha - x^2 \tan \frac{2}{3}x]}$$

Risposta [punti 4]:

7. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $I =]0, 2[$. Sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} |\arcsin(x-1)| & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \in]0, 2[, \\ \beta - 2 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Si discuta al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in I .

Risposta [punti 4]:
