
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTL, \diamond INFL, \diamond MECL, \diamond MATL, \diamond AMBL, \diamond CIVL, \diamond GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x|x| - 1}{x + 1} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f .

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f ; studiare la concavità e la convessità della funzione e determinare eventuali punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 3 \arctan \left[\log \left(\frac{n+1}{n^2} \right) \right], n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C} \setminus \{0 + i0\}$ tali che $\operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = 1$.

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare in \mathbb{C} il numero $w = \left(\frac{4}{\sqrt{3}-i} + \frac{2}{i} \right)^6$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{-2n} \log(2n)}{\sqrt{4e^{4n} + \log n} - 2e^{2n}}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare la derivata prima della funzione $f(x) = \arctan \left(\sqrt{e^{2x} + 1} \right)$.

Risposta [punti 2]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x \cdot \log(2|x|)) + \frac{\sin(x-1)}{|x-1|} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 0, \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f e classificare le eventuali discontinuità.

Risposta [punti 4]:

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cosh \left(\frac{2}{x^2} \right) - 1}{3[\log(x^2 + 1) - 2 \log(x)] \left[\frac{2}{x^{2/3}} - \sin \left(\frac{2}{x^{2/3}} \right) \right]}$$

Risposta [punti 4]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x|x| - 1}{x + 1} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f .

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f ; studiare la concavità e la convessità della funzione e determinare eventuali punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 3 \arctan \left[\log \left(\frac{n+1}{n^2} \right) \right], n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C} \setminus \{0 + i0\}$ tali che $\operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = 1$.

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare in \mathbb{C} il numero $w = \left(\frac{4}{\sqrt{3} - i} + \frac{2}{i} \right)^6$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{-2n} \log(2n)}{\sqrt{4e^{4n} + \log n} - 2e^{2n}}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare la derivata prima della funzione $f(x) = \arctan(\sqrt{e^{2x} + 1})$.

Risposta [punti 2]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x \cdot \log(2|x|)) + \frac{\sin(x-1)}{|x-1|} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 1 \\ 1 & \text{se } x = 0, \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f e classificare le eventuali discontinuità.

Risposta [punti 4]:

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cosh\left(\frac{2}{x^2}\right) - 1}{3[\log(x^2 + 1) - 2 \log(x)] \left[\frac{2}{x^2/3} - \sin\left(\frac{2}{x^2/3}\right) \right]}$$

Risposta [punti 4]:
