

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  AUTL;  $\diamond$  CIVL;  $\diamond$  GESL;  $\diamond$  INFL;  $\diamond$  MATL;  $\diamond$  MECL

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp |\log(x + 2)|$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ : stabilire se  $f$  è limitata inferiormente/superiormente.

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ (-1)^n e^{\frac{n+1}{n}}, n \in \mathbb{N}^+ \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Re} [7z - 8\bar{z} - 3 \operatorname{Im} z + z^2 + z\bar{z}] = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione (con la loro molteplicità)

$$[z^2 + 4iz - 4] (z^3 - 1) = 0$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 7n}}{\log 3^n - \log 2^n}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{28(2 - \cos x - \cosh x)}{(1 - e^{\frac{1}{3} \sin x}) \tan x^3}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ ; e sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x} e^{x-2} + \cos \frac{7\pi}{|x-7|} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 7, \\ \alpha - 1 & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 7. \end{cases}$$

Si discuta al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la continuità di  $f$  nel suo dominio.

**Risposta [punti 4]:**

---

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp |\log(x+2)|$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescenza di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ : stabilire se  $f$  è limitata inferiormente/superiormente.

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ (-1)^n e^{\frac{n+1}{n}}, n \in \mathbb{N}^+ \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Re} [7z - 8\bar{z} - 3 \operatorname{Im} z + z^2 + z\bar{z}] = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione (con la loro molteplicità)

$$[z^2 + 4iz - 4] (z^3 - 1) = 0$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 7n}}{\log 3^n - \log 2^n}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{28(2 - \cos x - \cosh x)}{\left(1 - e^{\frac{1}{3} \sin x}\right) \tan x^3}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ ; e sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x} e^{x-2} + \cos \frac{7\pi}{|x-7|} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq 7, \\ \alpha - 1 & \text{se } x = 0 \text{ o } x = 7. \end{cases}$$

Si discuta al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la continuità di  $f$  nel suo dominio.

**Risposta [punti 4]:**

---