ANALISI MATEMATICA A - 6 settembre 2010 - Allievi AUTL - INFL - CIVL - AMBL - GESL - MECL - MATL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 1 ed è il valore $f(0)$.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

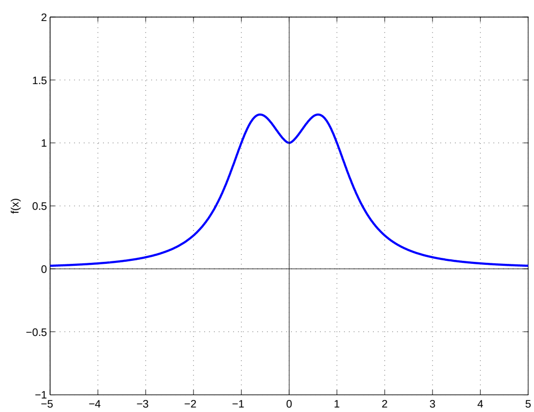
(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.



2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{3}{4}i$ e $z_3 = -2$.

3. Le soluzioni sono: $z_{1,2} = -3i$. $z_3 = -2$, $z_{4,5} = 1 \pm \sqrt{3}\, i$,

4. $\inf A = -\infty$, $\max A = 0$, $\nexists \min A$.

5. Il limite è $\ell = \frac{3}{2}$

6. Il limite è $\ell = \frac{1}{6}$

7. f è continua in $x = 0$ per $\alpha = 7$. Se $\alpha \neq 7$ allora il punto $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. Nel caso in cui $\alpha = 7$, f non è derivabile in $x = 0$ e il punto $x = 0$ è di cuspide.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 2$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{2x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{5}{6}i$ e $z_3 = -2$.

3. Le soluzioni sono: $z_{1,2} = -4i$. $z_3 = -2$, $z_{4,5} = 1 \pm \sqrt{3}\,i$,

4. $\inf A = -\infty$, $\max A = 0$, $\nexists \min A$.

5. Il limite è $\ell = \frac{5}{2}$

6. Il limite è $\ell = \frac{1}{12}$

7. f è continua in $x = 0$ per $\alpha = 6$. Se $\alpha \neq 6$ allora il punto $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. Nel caso in cui $\alpha = 6$, f non è derivabile in $x = 0$ e il punto $x = 0$ è di cuspide.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 3$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{3x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{7}{8}i$ e $z_3 = -2$.

3. Le soluzioni sono: $z_{1,2} = -5i$. $z_3 = -2$, $z_{4,5} = 1 \pm \sqrt{3}\, i$,

4. $\inf A = -\infty$, $\max A = 0$, $\nexists \min A$.

5. Il limite è $\ell = \frac{7}{2}$

6. Il limite è $\ell = \frac{1}{18}$

7. f è continua in $x = 0$ per $\alpha = 5$. Se $\alpha \neq 5$ allora il punto $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. Nel caso in cui $\alpha = 5$, f non è derivabile in $x = 0$ e il punto $x = 0$ è di cuspide.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 4$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{4x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{9}{10}i$ e $z_3 = -2$.

3. Le soluzioni sono: $z_{1,2} = -6i$. $z_3 = -2$, $z_{4,5} = 1 \pm \sqrt{3}\, i$,

4. $\inf A = -\infty$, $\max A = 0$, $\nexists \min A$.

5. Il limite è $\ell = \frac{9}{2}$

6. Il limite è $\ell = \frac{1}{24}$

7. f è continua in $x = 0$ per $\alpha = 4$. Se $\alpha \neq 4$ allora il punto $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. Nel caso in cui $\alpha = 4$, f non è derivabile in $x = 0$ e il punto $x = 0$ è di cuspide.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 5$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{5x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{11}{12}i$ e $z_3 = -2$.

3. Le soluzioni sono: $z_{1,2} = -7i$. $z_3 = -2$, $z_{4,5} = 1 \pm \sqrt{3}\, i$,

4. $\inf A = -\infty$, $\max A = 0$, $\nexists \min A$.

5. Il limite è $\ell = \frac{11}{2}$

6. Il limite è $\ell = \frac{1}{30}$

7. f è continua in $x = 0$ per $\alpha = 3$. Se $\alpha \neq 3$ allora il punto $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. Nel caso in cui $\alpha = 3$, f non è derivabile in $x = 0$ e il punto $x = 0$ è di cuspide.

Fila 6

1. (a) $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 6$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{6x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{13}{14}i$ e $z_3 = -2$.

3. Le soluzioni sono: $z_{1,2} = -8i$. $z_3 = -2$, $z_{4,5} = 1 \pm \sqrt{3}\, i$,

4. $\inf A = -\infty$, $\max A = 0$, $\nexists \min A$.

5. Il limite è $\ell = \frac{13}{2}$

6. Il limite è $\ell = \frac{1}{36}$

7. f è continua in $x = 0$ per $\alpha = 2$. Se $\alpha \neq 2$ allora il punto $x = 0$ è un punto di discontinuità eliminabile. Nel caso in cui $\alpha = 2$, f non è derivabile in $x = 0$ e il punto $x = 0$ è di cuspide.