ANALISI MATEMATICA A - 30 novembre 2009

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 5 ed è il coefficiente del termine n^2 che compare nella seconda radice quadrata.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f =]-2, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $x = -2$ asintoto verticale, $y = x + 2$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$. Infatti si può osservare che per $-2 < x < -1$ $f(x) = \dfrac{1}{(x+2)}$ e per $-1 \leq x < +\infty$ $f(x) = x + 2$. Non ci sono asintoti orizzontali.

(c) $f'(x) = f(x) \dfrac{|\log(x+2)|}{\log(x+2)} \dfrac{1}{x+2}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{-1\}$, $x = -1$ punto angoloso.

(d) si può osservare che per $-2 < x < -1$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(x+2)^2}$ e per $-1 < x < +\infty$ $f(x) = 1$; f crescente in $]-1, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -1[$; $x = -1$ punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente.

(e) $f''(x) = \dfrac{2}{(x+2)^3}$ per $-2 < x < -1$, $f''(x) = 0$ per $-1 < x < +\infty$; f convessa su $]-2, -1[$, mentre in $]-1, +\infty[$ è sia concava sia convessa (è piatta).

2. $\min A = -e^2$, $\max A = e^{\frac{3}{2}}$.

3. $y = \dfrac{2}{3}x^2 - \dfrac{1}{3}x$, parabola.

4. $z_1 = 1$, $z_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\, i}{2}$, $z_{4,5} = -2i$.

5. $\left[(\sqrt{2} + 1) \log \dfrac{3}{2} \right]^{-1}$.

6. $\ell = 7$.

7. Se $\alpha = 0$, f è continua in tutto $\mathbb{R} \setminus \{7\}$ ed in $x = 7$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie; se $\alpha \neq 0$, f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0, 7\}$, in $x = 0$ f ammette un punto di discontinuità eliminabile ed in $x = 7$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f =]-3, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $x = -3$ asintoto verticale, $y = x + 3$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$. Infatti si può osservare che per $-3 < x < -2$ $f(x) = \dfrac{1}{(x+3)}$ e per $-2 \leq x < +\infty$ $f(x) = x + 3$. Non ci sono asintoti orizzontali.

(c) $f'(x) = f(x) \dfrac{|\log(x+3)|}{\log(x+3)} \dfrac{1}{x+3}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{-2\}$, $x = -2$ punto angoloso.

(d) si può osservare che per $-3 < x < -2$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(x+3)^2}$ e per $-2 < x < +\infty$ $f(x) = 1$; f crescente in $]-2, +\infty[$ e decrescente in $]-3, -2[$; $x = -2$ punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente.

(e) $f''(x) = \dfrac{2}{(x+3)^3}$ per $-3 < x < -2$, $f''(x) = 0$ per $-2 < x < +\infty$; f convessa su $]-3,-2[$, mentre in $]-2,+\infty[$ è sia concava sia convessa (è piatta).

2. $\min A = -e^4$, $\max A = e^{\frac{5}{2}}$.

3. $y = \dfrac{2}{5}x^2 - \dfrac{1}{5}x$, parabola.

4. $z_1 = 1$, $z_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\, i}{2}$, $z_{4,5} = -3i$.

5. $\left[(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \log \dfrac{4}{3}\right]^{-1}$.

6. $\ell = 6$.

7. Se $\alpha = 1$, f è continua in tutto $\mathbb{R} \setminus \{6\}$ ed in $x = 6$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie; se $\alpha \neq 1$, f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0, 6\}$, in $x = 0$ f ammette un punto di discontinuità eliminabile ed in $x = 6$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f =]-4, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -4^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $x = -4$ asintoto verticale, $y = x + 4$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$. Infatti si può osservare che per $-4 < x < -3$ $f(x) = \dfrac{1}{(x+4)}$ e per $-3 \leq x < +\infty$ $f(x) = x + 4$. Non ci sono asintoti orizzontali.

(c) $f'(x) = f(x)\, \dfrac{|\log(x+4)|}{\log(x+4)}\, \dfrac{1}{x+4}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{-3\}$, $x = -3$ punto angoloso.

(d) si può osservare che per $-4 < x < -3$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(x+4)^2}$ e per $-3 < x < +\infty$ $f(x) = 1$; f crescente in $]-3, +\infty[$ e decrescente in $]-4, -3[$; $x = -3$ punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente.

(e) $f''(x) = \dfrac{2}{(x+4)^3}$ per $-4 < x < -3$, $f''(x) = 0$ per $-3 < x < +\infty$; f convessa su $]-4,-3[$, mentre in $]-3,+\infty[$ è sia concava sia convessa (è piatta).

2. $\min A = -e^6$, $\max A = e^{\frac{7}{2}}$.

3. $y = \dfrac{2}{7}x^2 - \dfrac{1}{7}x$, parabola.

4. $z_1 = 1$, $z_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\, i}{2}$, $z_{4,5} = -4i$.

5. $\left[(2+\sqrt{3}) \log \dfrac{5}{4}\right]^{-1}$.

6. $\ell = 5$.

7. Se $\alpha = 2$, f è continua in tutto $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ ed in $x = 5$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie; se $\alpha \neq 2$, f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0, 5\}$, in $x = 0$ f ammette un punto di discontinuità eliminabile ed in $x = 5$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f =]-5, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to -5^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, $x = -5$ asintoto verticale, $y = x + 5$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$. Infatti si può osservare che per $-5 < x < -4$ $f(x) = \dfrac{1}{(x+5)}$ e per $-4 \le x < +\infty$ $f(x) = x + 5$. Non ci sono asintoti orizzontali.

(c) $f'(x) = f(x)\,\dfrac{|\log(x+5)|}{\log(x+5)}\,\dfrac{1}{x+5}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{-4\}$, $x = -4$ punto angoloso.

(d) si può osservare che per $-5 < x < -4$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(x+5)^2}$ e per $-4 < x < +\infty$ $f(x) = 1$; f crescente in $]-4, +\infty[$ e decrescente in $]-5, -4[$; $x = -4$ punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente.

(e) $f''(x) = \dfrac{2}{(x+5)^3}$ per $-5 < x < -4$, $f''(x) = 0$ per $-4 < x < +\infty$; f convessa su $]-5, -4[$, mentre in $]-4, +\infty[$ è sia concava sia convessa (è piatta).

2. $\min A = -e^8$, $\max A = e^{\frac{9}{2}}$.

3. $y = \dfrac{2}{9}x^2 - \dfrac{1}{9}x$, parabola.

4. $z_1 = 1$, $z_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,i}{2}$, $z_{4,5} = -5i$.

5. $\left[(\sqrt{5}+2)\log\dfrac{6}{5}\right]^{-1}$.

6. $\ell = 4$.

7. Se $\alpha = 3$, f è continua in tutto $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ ed in $x = 4$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie; se $\alpha \neq 3$, f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0, 4\}$, in $x = 0$ f ammette un punto di discontinuità eliminabile ed in $x = 4$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f =]-6, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to -6^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, $x = -6$ asintoto verticale, $y = x + 6$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$. Infatti si può osservare che per $-6 < x < -5$ $f(x) = \dfrac{1}{(x+6)}$ e per $-5 \le x < +\infty$ $f(x) = x + 6$. Non ci sono asintoti orizzontali.

(c) $f'(x) = f(x)\,\dfrac{|\log(x+6)|}{\log(x+6)}\,\dfrac{1}{x+6}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{-5\}$, $x = -5$ punto angoloso.

(d) si può osservare che per $-6 < x < -5$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(x+6)^2}$ e per $-5 < x < +\infty$ $f(x) = 1$; f crescente in $]-5, +\infty[$ e decrescente in $]-6, -5[$; $x = -5$ punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente.

(e) $f''(x) = \dfrac{2}{(x+6)^3}$ per $-6 < x < -5$, $f''(x) = 0$ per $-5 < x < +\infty$; f convessa su $]-6, -5[$, mentre in $]-5, +\infty[$ è sia concava sia convessa (è piatta).

2. $\min A = -e^{10}$, $\max A = e^{\frac{11}{2}}$.

3. $y = \dfrac{2}{11}x^2 - \dfrac{1}{11}x$, parabola.

4. $z_1 = 1$, $z_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,i}{2}$, $z_{4,5} = -6i$.

5. $\left[(\sqrt{6}+\sqrt{5})\log\dfrac{7}{6}\right]^{-1}$.

6. $\ell = 3$.

7. Se $\alpha = 4$, f è continua in tutto $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ ed in $x = 3$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie; se $\alpha \neq 4$, f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0,3\}$, in $x = 0$ f ammette un punto di discontinuità eliminabile ed in $x = 3$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f =]-7, +\infty[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\displaystyle\lim_{x\to -7^+} f(x) = +\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $x = -7$ asintoto verticale, $y = x + 7$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$. Infatti si può osservare che per $-7 < x < -6$ $f(x) = \dfrac{1}{(x+7)}$ e per $-6 \leq x < +\infty$ $f(x) = x + 7$. Non ci sono asintoti orizzontali.

(c) $f'(x) = f(x)\,\dfrac{|\log(x+7)|}{\log(x+7)}\,\dfrac{1}{x+7}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{-6\}$, $x = -6$ punto angoloso.

(d) si può osservare che per $-7 < x < -6$ $f'(x) = -\dfrac{1}{(x+7)^2}$ e per $-6 < x < +\infty$ $f(x) = 1$; f crescente in $]-6, +\infty[$ e decrescente in $]-7, -6[$; $x = -6$ punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente.

(e) $f''(x) = \dfrac{2}{(x+7)^3}$ per $-7 < x < -6$, $f''(x) = 0$ per $-6 < x < +\infty$; f convessa su $]-7, -6[$, mentre in $]-6, +\infty[$ è sia concava sia convessa (è piatta).

2. $\min A = -e^{12}$, $\max A = e^{\frac{13}{2}}$.

3. $y = \dfrac{2}{13}x^2 - \dfrac{1}{13}x$, parabola.

4. $z_1 = 1$, $z_{2,3} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,i}{2}$, $z_{4,5} = -7i$.

5. $\left[(\sqrt{7}+\sqrt{6})\log\dfrac{8}{7}\right]^{-1}$.

6. $\ell = 2$.

7. Se $\alpha = 5$, f è continua in tutto $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ ed in $x = 2$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie; se $\alpha \neq 5$, f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{0,2\}$, in $x = 0$ f ammette un punto di discontinuità eliminabile ed in $x = 2$ f ammette un punto di discontinuità di seconda specie.
