Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ AUTL, ♢ INFL, ♢ MECL, ♢ MATL, ♢ AMBL, ♢ CIVL, ♢ GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x+2}{|\log(x+2)|}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left| \frac{100 - 2n}{n+2} \right|, \ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\begin{cases} \left| z + 2|z|^2 - \left|7 + 7\sqrt{3}i\right| - 2z\overline{z} \right| < 1 \\ Im\left(\dfrac{z - \overline{z}}{2(i+1)}\right) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Calcolare l'area del poligono regolare determinato dalle radici quarte complesse di $z = -49$.

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\frac{n^n \sqrt{4n^2+1}}{(n+1)^{n+1}} + \frac{2^{4n}}{n!} + \frac{\sin(7n)}{e^{n \log n - n}} \right]$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1 + \sin 2x}}{2x^3}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|\log(x+2)|}{x+2} & \text{se } x > -2, \\ 1 & \text{se } x \leq -2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di g. Discutere la derivabilità di g, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x+2}{|\log(x+2)|}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left| \frac{100-2n}{n+2} \right|,\ n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\begin{cases} \left| z + 2|z|^2 - \left|7 + 7\sqrt{3}i\right| - 2z\overline{z} \right| < 1 \\ Im\left(\dfrac{z-\overline{z}}{2(i+1)}\right) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Calcolare l'area del poligono regolare determinato dalle radici quarte complesse di $z = -49$.
Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \left[\frac{n^n\ \sqrt{4n^2+1}}{(n+1)^{n+1}} + \frac{2^{4n}}{n!} + \frac{\sin(7n)}{e^{n\log n - n}} \right]$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+\sin 2x}}{2x^3}.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|\log(x+2)|}{x+2} & \text{se } x > -2, \\ 1 & \text{se } x \le -2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di g. Discutere la derivabilità di g, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 4]:
