
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTL, \diamond INFL, \diamond MECL, \diamond MATL, \diamond AMBL, \diamond CIVL, \diamond GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

In base al valore di $\lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x)$, senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette eventuali punti di flesso per f nell'intervallo sinistro di $x = 2$ e localizzarli.

Risposta [punti 1.5]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \left(\frac{z+i}{z-i} \right) < 0 \text{ e } \operatorname{Im}(z+iz) \geq 0 \right\}$$

Risposta [punti 3.5]:

4. Si determini il numero complesso

$$w = 2 \left(\sqrt{2} + \sqrt{2}i \right) e^{i\pi/4}$$

e se ne scrivano le sue radici cubiche in forma algebrica/cartesiana.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[(n+3)! - n!] e^{n \sin(2/n^2)}}{(e^{1/n} + 1)(n^3 - 1)(n! - \log n)}$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 7 \cos \frac{\pi}{x-2} + 8 \frac{\sin(x-1)}{x-1} & \text{se } x \neq 1, 2, \\ 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f .

Risposta [punti 3,5]:

7. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \log(1 + |x - 1|).$$

Si discuta la derivabilità di g in \mathbb{R} , classificando gli eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \log \left(\frac{\sin(x^2)}{x^2} \right)}{1 - 2x^2 - \cos(2x)}$$

Risposta [punti 3]:
