
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ AUTL; ◇ MATL; ◇ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin x}} + \sqrt{1 + \sin x} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f e verificare che essa è periodica con periodo 2π . Di conseguenza procedere con lo studio di f sull'intervallo $[0, 2\pi]$.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f e, senza studiarne il segno, dire se f ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo $A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, n \in \mathbb{N} \right\}$.

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $(z - 2i)(\bar{z} + 2i) - |z + 2|^2 = -4 \operatorname{Re}[i(z + 1)]$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$z^6 - 2iz^3 = 0$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^{\frac{2}{n}} - 1) \log \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{\log[(n-3)!] - \log[(n-2)!]}$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left\{ \left[\frac{2}{x^\alpha} + 3(\sin x - \sinh x) \right] \arctan(x^7) \right\}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \frac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

8. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1, \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel suo dominio e, qualora si individui un punto di non derivabilità, classificarlo.

Risposta [punti 3]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin x}} + \sqrt{1 + \sin x} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f e verificare che essa è periodica con periodo 2π . Di conseguenza procedere con lo studio di f sull'intervallo $[0, 2\pi]$.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f e, senza studiarne il segno, dire se f ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo $A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, n \in \mathbb{N} \right\}$.

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $(z - 2i)(\bar{z} + 2i) - |z + 2|^2 = -4 \operatorname{Re}[i(z + 1)]$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$z^6 - 2iz^3 = 0$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^{\frac{2}{n}} - 1) \log \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}}{\log[(n-3)!] - \log[(n-2)!]}$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left\{ \left[\frac{2}{x^\alpha} + 3(\sin x - \sinh x) \right] \arctan(x^7) \right\}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \frac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individuino una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

8. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1, \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel suo dominio e, qualora si individuino un punto di non derivabilità, classificarlo.

Risposta [punti 3]: