Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ◇ AUTL, ◇ INFL, ◇ MECL, ◇ MATL, ◇ AMBL, ◇ CIVL, ◇ GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f, stabilire sulla base delle altre informazioni se f ammette punti di flesso e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^{7n} \right]^{(-1)^n}, \ n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\left[|z + iz|^2 - (z+3)\overline{z} \right] \operatorname{Im} \left(\frac{-i}{|z| + i} \right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Determinare in forma caretesiana/algebrica le soluzioni dell'equazione

$$(z^3 - i)(z^2 - z - 7iz + 7i) = 0\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \left(7(6^{1/3}n)^{3n} - 7^{3n} + (n+1)! \right) \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)^n$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\log|x-2|} & \text{se } x \neq 1, 2, \\ \beta - 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.
Risposta [punti 4]:

---

7. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\log(1 + x^2) - 2x \sin x + x^2}{7x^\alpha (1 - \cosh \sqrt{2x})}\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f, stabilire sulla base delle altre informazioni se f ammette punti di flesso e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{7n} \right]^{(-1)^n} , \ n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\left[|z+iz|^2 - (z+3)\overline{z} \right] \operatorname{Im}\left(\frac{-i}{|z|+i} \right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Determinare in forma caretesiana/algebrica le soluzioni dell'equazione

$$(z^3 - i)(z^2 - z - 7iz + 7i) = 0\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \left(7(6^{1/3}n)^{3n} - 7^{3n} + (n+1)!\right) \left(\frac{1}{n} - \sin\frac{1}{n}\right)^n$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\log|x-2|} & \text{se } x \neq 1, 2, \\ \beta - 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.
Risposta [punti 4]:

---

7. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{\log(1+x^2) - 2x\sin x + x^2}{7x^\alpha(1-\cosh\sqrt{2x})}\,.$$

Risposta [punti 4]:
