

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTL, \diamond INFL, \diamond MECL, \diamond MATL, \diamond AMBL, \diamond CIVL, \diamond GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ (-1)^n \log(7 + n^{(-1)^n}) : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|z - (1 + 7i)| \leq 8 \quad \text{e} \quad \text{Im}[i|z - 1|^2 + 7] - (\text{Im}z)^2 \neq 0.$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare in forma algebrica/cartesiana le soluzioni della seguente equazione in campo complesso

$$z^4 - i|1 + i\sqrt{3}|z = 0$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\arctan \frac{7}{n} + n} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}(1 - \cos \frac{7}{n})}$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left| \sin \frac{\pi}{x-7} \right| + \frac{\log(1 + (x-6)^2)}{x-6} & \text{se } x \neq 6 \text{ e } x \neq 7, \\ 7 & \text{se } x = 6 \text{ o } x = 7. \end{cases}$$

Si discuta la continuità di f in \mathbb{R} .

Risposta [punti 3]:

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$; sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1, \\ (x-1)^\alpha \sin \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Si discuta al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la continuità e la derivabilità di f .

Risposta [punti 4]:

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x \cosh \frac{7}{x} (\sinh \frac{7}{x} - \sin \frac{7}{x})}{e^{\frac{7}{x}} - 1 - \log(1 + \frac{7}{x})}.$$

Risposta [punti 4]:
