ANALISI MATEMATICA A - 20 gennaio 2011

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 7 ed è il punto in cui cambia la definizione di f.

Fila 1

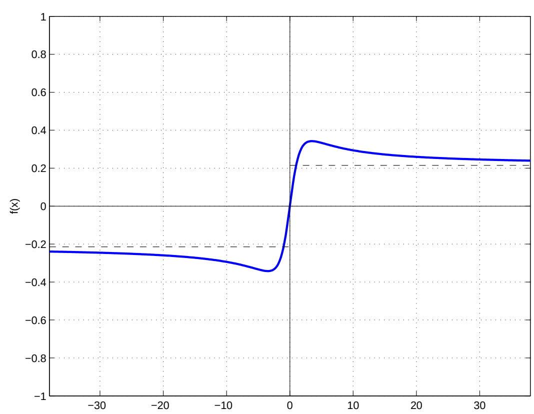
1. $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$. La funzione è dispari.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ Non esistono asintoti verticali nè obliqui.

La derivata prima è $f'(x) = 2\frac{4-\sqrt{4+x^2}}{2(4+x^2)^{3/2}}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

f è crescente per $|x| < 2\sqrt{3}$, $x = 2\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -2\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto.

$f''(x) = 2x\frac{-6+\sqrt{4+x^2}}{(4+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-4\sqrt{2}, 0[$ e in $]4\sqrt{2}, +\infty[$.



2. $\inf A = \min A = -\log 8$, $\sup A = +\infty$

3. IL luogo geometrico è il cerchio di centro $1 + 7i$, raggio 8 privato del diametro verticale.

4. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{2}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{2}i$

5. Il limite vale $\ell = \frac{1}{7}$

6. $x = 6$ è un punto di discontinuità eliminabile. $x = 7$ è un punto di discontinuità di seconda specie.

7. f è continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{2}{3}$, se $\alpha \leq \frac{2}{3}$ $x = 1$ punto angoloso.

8. Il limite vale $\ell = 7$

Fila 2

1. dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è dispari.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è $f'(x) = 3\frac{6-\sqrt{9+x^2}}{2(9+x^2)^{3/2}}$, dom$f'$ = dom$f$, non ci sono punti di non derivabilità.
f è crescente per $|x| < 3\sqrt{3}$, $x = 3\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -3\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto.

$f''(x) = 3x\frac{-9+\sqrt{9+x^2}}{(9+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-6\sqrt{2}, 0[$ e in $]6\sqrt{2}, +\infty[$.

2. $\inf A = \min A = -\log 7$, $\sup A = +\infty$

3. IL luogo geometrico è il cerchio di centro $1 + 6i$, raggio 7 privato del diametro verticale.

4. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{3}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{3}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{3}i$

5. Il limite vale $\ell = \frac{1}{6}$

6. $x = 5$ è un punto di discontinuità eliminabile. $x = 6$ è un punto di discontinuità di seconda specie.

7. f è continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{4}{5}$, se $\alpha \le \frac{4}{5}$ $x = 2$ punto angoloso.

8. Il limite vale $\ell = 6$

Fila 3

1. dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è dispari.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è $f'(x) = 4\frac{8-\sqrt{16+x^2}}{2(16+x^2)^{3/2}}$, dom$f'$ = dom$f$, non ci sono punti di non derivabilità.
f è crescente per $|x| < 4\sqrt{3}$, $x = 4\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -4\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto.

$f''(x) = 4x\frac{-12+\sqrt{16+x^2}}{(16+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-8\sqrt{2}, 0[$ e in $]8\sqrt{2}, +\infty[$.

2. $\inf A = \min A = -\log 6$, $\sup A = +\infty$

3. IL luogo geometrico è il cerchio di centro $1 + 5i$, raggio 6 privato del diametro verticale.

4. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{4}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{4}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{4}i$

5. Il limite vale $\ell = \frac{1}{5}$

6. $x = 4$ è un punto di discontinuità eliminabile. $x = 5$ è un punto di discontinuità di seconda specie.

7. f è continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{6}{7}$, se $\alpha \le \frac{6}{7}$ $x = 3$ punto angoloso.

8. Il limite vale $\ell = 5$

Fila 4

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è dispari.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ Non esistono asintoti verticali nè obliqui.

La derivata prima è $f'(x) = 5\frac{10-\sqrt{25+x^2}}{2(25+x^2)^{3/2}}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

f è crescente per $|x| < 5\sqrt{3}$, $x = 5\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -5\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto.

$f''(x) = 5x\frac{-15+\sqrt{25+x^2}}{(25+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-10\sqrt{2}, 0[$ e in $]10\sqrt{2}, +\infty[$.

2. $\inf A = \min A = -\log 5$, $\sup A = +\infty$

3. IL luogo geometrico è il cerchio di centro $1 + 4i$, raggio 5 privato del diametro verticale.

4. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{5}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{5}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{5}i$

5. Il limite vale $\ell = \frac{1}{4}$

6. $x = 3$ è un punto di discontinuità eliminabile. $x = 4$ è un punto di discontinuità di seconda specie.

7. f è continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{8}{9}$, se $\alpha \leq \frac{8}{9}$ $x = 4$ punto angoloso.

8. Il limite vale $\ell = 4$

Fila 5

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è dispari.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ Non esistono asintoti verticali nè obliqui.

La derivata prima è $f'(x) = 6\frac{12-\sqrt{36+x^2}}{2(36+x^2)^{3/2}}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

f è crescente per $|x| < 6\sqrt{3}$, $x = 6\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -6\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto.

$f''(x) = 6x\frac{-18+\sqrt{36+x^2}}{(36+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-12\sqrt{2}, 0[$ e in $]12\sqrt{2}, +\infty[$.

2. $\inf A = \min A = -\log 4$, $\sup A = +\infty$

3. IL luogo geometrico è il cerchio di centro $1 + 3i$, raggio 4 privato del diametro verticale.

4. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{6}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{6}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{6}i$

5. Il limite vale $\ell = \frac{1}{3}$

6. $x = 2$ è un punto di discontinuità eliminabile. $x = 3$ è un punto di discontinuità di seconda specie.

7. f è continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{10}{11}$, se $\alpha \leq \frac{10}{11}$ $x = 5$ punto angoloso.

8. Il limite vale $\ell = 3$

Fila 6

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è dispari.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 + \frac{\pi}{4}$, $y = -1 + \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to -\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \frac{\pi}{4}$, $y = 1 - \frac{\pi}{4}$ asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è $f'(x) = 7\frac{14-\sqrt{49+x^2}}{2(49+x^2)^{3/2}}$, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.
f è crescente per $|x| < 7\sqrt{3}$, $x = 7\sqrt{3}$ punto di massimo assoluto, $x = -7\sqrt{3}$ punto di minimo assoluto.

$f''(x) = 7x\frac{-21+\sqrt{49+x^2}}{(49+x^2)^{5/2}}$, f convessa in $]-14\sqrt{2}, 0[$ e in $]14\sqrt{2}, +\infty[$.

2. $\inf A = \min A = -\log 3$, $\sup A = +\infty$

3. IL luogo geometrico è il cerchio di centro $1 + 2i$, raggio 3 privato del diametro verticale.

4. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{7}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{7}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{7}i$

5. Il limite vale $\ell = \frac{1}{2}$

6. $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile. $x = 2$ è un punto di discontinuità di seconda specie.

7. f è continua in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$; derivabile se $\alpha > \frac{12}{13}$, se $\alpha \leq \frac{12}{13}$ $x = 6$ punto angoloso.

8. Il limite vale $\ell = 2$
