Cognome e nome .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ AUTL; ♢ MATL; ♢ MECL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} + \sqrt{1+\sin x} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f e verificare che essa è periodica con periodo 2π. Di conseguenza procedere con lo studio di f sull'intervallo $[0, 2\pi]$.

Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti per f.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f e, senza studiarne il segno, dire se f ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo $A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}},\ n \in \mathbb{N} \right\}$.

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $\left| e^{|z|^2} + i3\overline{z} \right| = 1$

Risposta [punti 3]:

---

4. Scrivere in forma algebrica $z = \dfrac{3i^{34} - i^{23}}{2i - 1}$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\log \left[\left(1 + \frac{7}{n+1} \right)^{(n+1)^3} \right]}{[(n+2)! - n!] \sinh \left(\frac{1}{n!} \right)}$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{3x} - 1 - 3\sin x}{x^\alpha \log \left(1 - \frac{3}{2}x \right)}$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \dfrac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

---

8. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1, \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel suo dominio e, qualora si individui un punto di non derivabilità, classificarlo.

Risposta [punti 3]:

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\sin x}} + \sqrt{1+\sin x} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f e verificare che essa è periodica con periodo 2π. Di conseguenza procedere con lo studio di f sull'intervallo $[0, 2\pi]$.
Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f e, senza studiarne il segno, dire se f ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare inf A, sup A ed eventualmente min A, max A, essendo $A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, \ n \in \mathbb{N} \right\}$.

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $\left| e^{|z|^2 + i3\overline{z}} \right| = 1$

Risposta [punti 3]:

---

4. Scrivere in forma algebrica $z = \dfrac{3i^{34} - i^{23}}{2i - 1}$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log\left[\left(1 + \frac{7}{n+1}\right)^{(n+1)^3}\right]}{[(n+2)! - n!]\sinh\left(\frac{1}{n!}\right)}$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare

$$\lim_{x\to0^+} \frac{e^{3x} - 1 - 3\sin x}{x^\alpha \log\left(1 - \frac{3}{2}x\right)}$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \dfrac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nel suo dominio e, qualora si individui una discontinuità, classificarla.

Risposta [punti 3]:

---

8. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1, \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di f nel suo dominio e, qualora si individui un punto di non derivabilità, classificarlo.

Risposta [punti 3]:
