1. Data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$ significa

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0 : 0 < |x-1| < \delta \Longrightarrow |f(x)| < \varepsilon$ $\boxed{\text{B}}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0 : |x-1| < \delta \Longrightarrow |f(x) - 1| < \varepsilon$ $\boxed{\text{C}}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0 : 0 < |x-1| < \delta \Longrightarrow f(x) > \varepsilon$ $\boxed{\text{D}}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0 : 0 < |x| < \delta \Longrightarrow |f(x) - 1| < \varepsilon$ $\boxed{\text{E}}$: $\forall\varepsilon > 0\ \forall\delta > 0\ \ 0 < |x-1| < \delta \Longrightarrow f(x) > \varepsilon$ $\boxed{\text{F}}$: $\forall\varepsilon > 0\ \exists\delta > 0 : x > \delta \Longrightarrow |f(x) - 1| < \varepsilon$

2. Dire di quale/i dei teoremi seguenti la proposizione "f definita e continua in $[a,b]$ e derivabile in $]a,b[$" è una delle ipotesi: Weierstrass, Bolzano (o degli zeri), Rolle, Lagrange.

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: nessuno $\boxed{\text{B}}$: tutti $\boxed{\text{C}}$: Weierstrass e Rolle $\boxed{\text{D}}$: Bolzano e Rolle $\boxed{\text{E}}$: Rolle e Lagrange $\boxed{\text{F}}$: Weierstrass, Bolzano e Rolle

3. Sia $A = \left\{7 \cdot \dfrac{1-n}{1+n}\left[1 + 2\cos(n\pi)\right],\ n \in \mathbf{N}\right\}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: min A=0; max A =21 $\boxed{\text{B}}$: min A=−21; max A =7 $\boxed{\text{C}}$: min A=0; sup A =21 $\boxed{\text{D}}$: inf A=−21; max A =1 $\boxed{\text{E}}$: inf A=−21; max A =21 $\boxed{\text{F}}$: inf A=−7; max A =1

4. Sia data la funzione $f(x) = \sqrt{|x-1|}$; nell'intervallo $[-1,3]$ il teorema di Rolle non è applicabile perché

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: f non è derivabile in almeno due punti di $]-1,3[$ $\boxed{\text{B}}$: f non è derivabile in un punto solo di $]-1,3[$ $\boxed{\text{C}}$: f è discontinua in almeno due punti di $[-1,3]$ $\boxed{\text{D}}$: f è discontinua in un punto solo di $[-1,3]$ $\boxed{\text{E}}$: $f(-1) \neq f(3)$ $\boxed{\text{F}}$: nessuna delle risposte precedenti

5. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $\left(i|z|^2 + 7z\right) \in \mathbf{R}^+ \cup \{0\}$ è dato da

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: una parabola $\boxed{\text{B}}$: una retta $\boxed{\text{C}}$: una semiretta $\boxed{\text{D}}$: l'unione di due rette $\boxed{\text{E}}$: una semicirconferenza $\boxed{\text{F}}$: una circonferenza

6. Il numero complesso

$$\left[(1+i)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right)\right]^8$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $4i$ $\boxed{\text{B}}$: $2\sqrt{2}(1+i\sqrt{3})$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{\text{D}}$: $4\sqrt{2}(1-i\sqrt{3})$ $\boxed{\text{E}}$: $-8i$ $\boxed{\text{F}}$: $8(i\sqrt{3}-1)$

7. Siano $\alpha \geq 0$ e $\{a_n\}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha$, $a_{n+1} = \dfrac{8a_n}{a_n+1}$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\{a_n\}$ è crescente se $\alpha > 8$ $\boxed{\text{B}}$: $\lim_n a_n = 0$ se $\alpha = 0$ e $\lim_n a_n = 7$ se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{C}}$: $\lim_n a_n = 0$ se $\alpha = 0$ e $\lim_n a_n = +\infty$ se $\alpha > 0$ $\boxed{\text{D}}$: $\lim_n a_n = 0$ se $0 \leq \alpha \leq 1$ e $\lim_n a_n = 7$ se $\alpha > 1$ $\boxed{\text{E}}$: $\{a_n\}$ ammette una sottosuccessione divergente a $+\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $\{a_n\}$ non è limitata

8. Siano $a, b \in \mathbf{R}$ e $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \cosh(x^2-1) & \text{se } x > 1 \\ ax^2 + 4x + b & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$$

Allora $f \in C^1(\mathbf{R})$ se e solo se

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $a = -2$ e $b = -1$ $\boxed{\text{B}}$: $a = -2$ e $b = 0$ $\boxed{\text{C}}$: $a = 3$ e $b = -1$ $\boxed{\text{D}}$: $a = -2$ e $b = 7$ $\boxed{\text{E}}$: $a = 3$ e $b = 7$ $\boxed{\text{F}}$: $a = 3$ e $b = 0$

9. Sia $\beta \in \mathbf{R}$. Il limite $\lim_{x\to 0+} \frac{(1-x)^{\log(8x)}-1}{(\sin x)^\beta}$ vale

Risp.: $\boxed{A}$: $-\infty$ se $\beta < 0$ e 1 se $\beta \geq 0$ $\boxed{B}$: non esiste se $\beta < 0$ e vale $+\infty$ se $\beta \geq 0$ $\boxed{C}$: 0 se $\beta < 1$ e $+\infty$ se $\beta \geq 1$ $\boxed{D}$: 0 se $\beta < 0$ e $+\infty$ se $\beta \geq 0$ $\boxed{E}$: $-\infty$ se $\beta < 1$ e $+\infty$ se $\beta \geq 1$ $\boxed{F}$: non esiste se $\beta < 7$ e vale $+\infty$ se $\beta \geq 7$

---

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \arctan x - \arctan \frac{1}{x} - x.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $dom(f) = \mathbf{R}$ (b) $dom(f) = \mathbf{R}\setminus\{0\}$ (c) f è dispari nel suo dominio (d) f ha un asintoto orizzontale per $x \to +\infty$ (e) f ha un asintoto obliquo per $x \to -\infty$

Risp.: $\boxed{A}$: a d $\boxed{B}$: b d e $\boxed{C}$: a c e $\boxed{D}$: b c e $\boxed{E}$: a c $\boxed{F}$: b c

---

11. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f è decrescente in $]-\infty,-1[$ (b) f è crescente in $]0,1[$ (c) f ha un punto angoloso in $x=0$ (d) f ha un minimo assoluto in $x=-1$ (e) f è convessa in $]-\infty,0[$

Risp.: $\boxed{A}$: a b e $\boxed{B}$: a e $\boxed{C}$: a b c e $\boxed{D}$: a b d $\boxed{E}$: a c $\boxed{F}$: a d

---

12. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right).$$

Delle seguenti affermazioni

(a) il campo di esistenza di f è $\mathbf{R}$; (b) il campo di esistenza di f è $[-1,1]$; (c) f è dispari (d) f ammette la retta di equazione $y=0$ come asintoto orizzontale; (e) f non è limitata

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: b, c $\boxed{B}$: a, c $\boxed{C}$: a, d $\boxed{D}$: a, d, e $\boxed{E}$: c, d, e $\boxed{F}$: a, c, d

---

13. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni

(a) f è derivabile nel suo campo di esistenza; (b) f è crescente in $]0,1[$; (c) $x=-1$ è punto di minimo assoluto; (d) $x=\pm 1$ sono punti angolosi; (e) $x=\pm 1$ sono punti di cuspide

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{A}$: b, c, e $\boxed{B}$: a, c $\boxed{C}$: a, b, c $\boxed{D}$: b, c, d $\boxed{E}$: b, c $\boxed{F}$: b, e

---

14. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^3+3n^2-1}{n^3-2n^2+6}\right)^n$$

vale

Risp.: $\boxed{A}$: e^5 $\boxed{B}$: $+\infty$ $\boxed{C}$: 0 $\boxed{D}$: e^7 $\boxed{E}$: e^2 $\boxed{F}$: 1

---

15. Siano $\alpha \in \mathbf{R}^+$ e $f_\alpha : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Allora f_α è derivabile in $\mathbf{R}$ se e solo se

Risp.: $\boxed{A}$: $\alpha \geq 1$ $\boxed{B}$: $\alpha > 1$ $\boxed{C}$: $\alpha = 1$ $\boxed{D}$: $\alpha \neq 1$ $\boxed{E}$: per ogni $\alpha > 0$ $\boxed{F}$: per nessun α

. . . .

Cognome e nome Firma

FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO

Analisi Matematica MODULO A

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: **quesiti 1-12**: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = −0.5; risposta non data = 0.
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = −1; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F