

1. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ significa

- Risp.: **A**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies |f(x)| < \varepsilon$ **B**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies f(x) < \varepsilon$
C: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies f(x) > \varepsilon$ **D**: $\exists \varepsilon > 0 : \forall \delta > 0 \ 0 < |x - 1| < \delta \implies |f(x)| < \varepsilon$
E: $\exists \varepsilon > 0 : \forall \delta > 0 \ 0 < |x - 1| < \delta \implies f(x) > \varepsilon$ **F**: $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : 0 < |x - 1| < \delta \implies f(x) > -\varepsilon$

2. Sia f definita e continua in $[-1, 1]$, a valori in \mathbb{R} , tale che $f(-1) \cdot f(1) < 0$. Allora

- Risp.: **A**: f è derivabile in tutti i punti di $] - 1, 1[$ **B**: $\exists c \in] - 1, 1[$ tale che $f'(c) = 0$ **C**: f ammette almeno un punto angoloso **D**: $\exists c \in] - 1, 1[$ tale che $f(c) = 0$ **E**: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ non esiste **F**: f è dispari

3. Sia $A = \left\{ \frac{|n-3|}{n+2}, n \in \mathbb{N} \right\}$. Allora

- Risp.: **A**: $\inf A=1; \max A = \frac{3}{2}$ **B**: $\min A=1; \sup A = +\infty$ **C**: $\min A=0; \max A = \frac{3}{2}$ **D**: $\min A=0; \sup A = 1$ **E**: $\inf A=0; \sup A = +\infty$ **F**: $\inf A=0; \max A = 1$

4. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x \left(2 + \sin \frac{1}{x-1} \right)} & \text{se } x \neq 0, 1 \\ 1 & \text{se } x = 0, 1. \end{cases}$$

Allora per f

- Risp.: **A**: $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie **B**: $x = 0$ è punto di salto, $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie **C**: $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di infinito **D**: $x = 0$ è punto di infinito $x = 1$ è punto di discontinuità di seconda specie **E**: $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto in cui è continua **F**: $x = 0$ è punto di discontinuità eliminabile, $x = 1$ è punto di salto

5. L'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $z^2 = i(\operatorname{Im}z)^2 + |z|^2$ è dato da

- Risp.: **A**: una circonferenza **B**: una retta **C**: una retta privata di un punto **D**: una semiretta **E**: un punto **F**: l'unione di due rette

6. $i^{121}(1+i)^4$ vale

- Risp.: **A**: $4i$ **B**: 1 **C**: 3 **D**: 4 **E**: i **F**: $-4i$

7. Siano $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $\{a_n\}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha$, $a_{n+1} = \frac{2a_n + 1}{2a_n + 2}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Allora

- Risp.: **A**: se $\alpha \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **B**: se $0 < \alpha \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\{a_n\}$ è non crescente e $\lim_n a_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$
C: se $\alpha > \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **D**: se $\alpha \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\{a_n\}$ è non crescente e $\lim_n a_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$
E: se $0 < \alpha < \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ **F**: se $0 < \alpha < \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 1$

8. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n^{1/(7n)} - 1)}{\log(n+3)! - \log(n+1)!}$$

vale

- Risp.: **A**: 7 **B**: e^3 **C**: $+\infty$ **D**: 0 **E**: $1/14$ **F**: non esiste

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + 4 \cosh x - 4 \cos \sqrt{2}x)^{\log x} - 1}{x \log x (\sin 3x - \sinh x)}$$

vale

Risp.: A : 3 B : $\frac{3}{2}$ C : 1 D : 2 E : 0 F : $\frac{1}{2}$

10. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \left(1 - \frac{1}{\log x}\right)^2.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R}^+$ (b) $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x > 0 \text{ e } x \neq 1\}$ (c) f ammette la retta di equazione $x = 0$ come asintoto verticale (d) f ammette la retta di equazione $x = 1$ come asintoto verticale (e) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale

Risp.: A : b c d B : b C : a D : b d e E : a e F : b c e

11. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$ (c) f ammette minimo assoluto (d) f ammette un punto di massimo relativo (e) f è concava in $]e^3, +\infty[$

Risp.: A : a c e B : b c e C : a e D : b e E : b c d F : a c

12. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sinh x} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Delle seguenti affermazioni

(a) f presenta in $x = 0$ una discontinuità eliminabile (b) f presenta in $x = 0$ un punto di infinito (c) f è continua nel suo dominio (d) f è pari (e) f ammette la retta di equazione $y = 1$ come asintoto orizzontale (f) f ammette la retta di equazione $y = 0$ come asintoto orizzontale

le uniche corrette sono

Risp.: A : b, d B : a, d C : c, e D : b, e E : c, d, f F : c, d

13. Sia f la funzione considerata nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni

(a) f decresce in $]0, +\infty[$; (b) $f'(0) = 0$; (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$; (d) f ammette minimo assoluto (e) f ammette massimo relativo (f) f è concava in $]0, +\infty[$

le uniche corrette sono

Risp.: A : a, b, e B : a, c, d, C : a, b, f D : a, b, d E : d, f F : c, d, e

14. Siano $a, b \in \mathbb{R}^+$. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{a^x + b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$$

vale

Risp.: A : $\max\{a, b\}$ B : $a + b$ C : a D : b E : $\min\{a, b\}$ F : \sqrt{ab}

15. Data la funzione $f(x) = \sin(x - 1)$, definita in $[1, \frac{3}{2}\pi + 1]$, quanti sono i punti forniti dalla tesi del teorema di Lagrange?

Risp.: A : 1 B : 3 C : 2 D : nessuno E : infiniti F : 4

Cognome e nome

Firma
FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO

Analisi Matematica MODULO A

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
 2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
 3. PUNTEGGI: **quesiti 1-12**: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
 5. CONSEGNARE solo questo foglio.
 6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F