

ESERCIZIO. In un piano verticale Oxy , si consideri un sistema materiale pesante costituito da una corona circolare omogenea di raggio esterno $2R$ e raggio interno R e massa m e da un punto materiale P , di massa $3m$. La corona circolare è incernierata in un punto del bordo interno all'origine O del sistema di riferimento. Il punto materiale P è vincolato a scorrere senza attrito sulla semiretta Oy^+ . Oltre alle forze peso, sul sistema agisce una molla ideale di costante elastica $k = \frac{2mg}{R}$ collega il punto materiale P con il punto A del bordo esterno della corona circolare appartenente al diametro passante per O . Sulla corona circolare agisce, inoltre, una coppia di momento $\vec{M} = -\lambda mgR \sin \theta \vec{k}$, con $\lambda \in \mathbb{R}$. Introdotti i parametri lagrangiani $s = y_P$ e $\theta = y^+ \hat{O}A$ e supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. scrivere l'espressione della funzione potenziale della coppia (punti 2);
2. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 2);
3. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema in funzione di λ (punti 3);
4. determinare le eventuali configurazioni di equilibrio di confine del sistema in funzione di λ (punti 1);
5. studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio ordinarie (punti 2);
6. calcolare le reazioni vincolari all'equilibrio (punti 2);
7. determinare il momento d'inerzia I_{Oz} della corona circolare rispetto all'asse z (punti 2);
8. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (corona circolare e punto) (punti 2);
9. scrivere la funzione di Lagrange (punti 1);
10. determinare le equazioni differenziali del moto (punti 3);
11. posto $\lambda = 7$, calcolare le pulsazioni fondamentali delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile (punti 2);
12. determinare gli eventuali integrali primi di moto (punti 1).



