

COGNOME E NOME N. MATRICOLA

C.D.L.: AMBL CIVL

ANNO DI CORSO: 1 2 ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale Oxy , si consideri un sistema materiale pesante costituito da un'asta omogenea AB , di massa m e lunghezza $4R$, incernierata in O in modo che si abbia $\overline{OA} = R$ e $\overline{OB} = 3R$, e da un disco omogeneo \mathcal{D} , di centro D , massa m e raggio R , avente un punto del suo bordo incernierato nell'estremo B dell'asta AB . Si introducano i due parametri lagrangiani $\theta = y^+ \hat{O}B$ e $\varphi = y'^+ \hat{B}D$, dove y' è la retta orientata passante per B e parallela all'asse y . Oltre alle forze peso, sul sistema agisce una molla ideale, di costante elastica $h = \frac{mg}{R}$, che collega il punto E del disco diametralmente opposto a B all'origine del sistema di riferimento.

Inoltre, sul disco \mathcal{D} agisce la coppia di momento $\vec{M}_D = -mgR \sin \varphi \vec{k}$, mentre sull'asta AB agisce la coppia di momento $\vec{M}_{AB} = -2mgR \vec{k}$. Supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. scrivere l'espressione della funzione potenziale delle due coppie (punti 2);
2. scrivere l'espressione della funzione potenziale della forza elastica (punti 1);
3. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (asta + disco) (punti 2);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (asta + disco) (punti 2);
5. calcolare la reazione vincolare esterna all'equilibrio (punti 2);
6. calcolare la reazione vincolare interna all'equilibrio (punti 2);
7. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (asta + disco) (punti 3);
8. scrivere l'espressione del momento della quantità di moto $\vec{K}_O(AB)$ dell'asta AB rispetto al polo O (punti 1);
9. scrivere l'espressione del momento della quantità di moto $\vec{K}_O(\mathcal{D})$ del disco \mathcal{D} rispetto al polo O (punti 2);
10. scrivere le equazioni cardinali della dinamica per il sistema (asta + disco) e ricavare l'espressione della reazione vincolare dinamica esterna (punti 3);
11. determinare una equazione differenziale del moto del sistema (asta + disco) (punti 1);
12. determinare gli eventuali integrali primi di moto (punti 1).

