

COGNOME E NOME N. MATRICOLA

C.D.L.: AMBQ CIVQ EDIQQ MATQ MECQ ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale Oxy , si consideri un sistema materiale pesante costituito da un'asta omogenea AB , di massa m e lunghezza $4R$, incernierata in O in modo che si abbia $\overline{OA} = R$ e $\overline{OB} = 3R$, e da un disco omogeneo \mathcal{D} , di centro D massa m e raggio R , avente un punto del suo bordo incernierato nell'estremo B dell'asta AB . Si introducano i due parametri lagrangiani $\theta = y^+ \hat{O}B$ e $\varphi = y^+ \hat{B}D$, dove y^+ è la retta orientata passante per B e parallela all'asse y . Oltre alle forze peso, sul sistema agisce una molla ideale, di costante elastica $h = \frac{mg}{R}$, che collega il punto E del disco diametralmente opposto a B all'origine del sistema di riferimento.

Inoltre, sul disco \mathcal{D} agisce la coppia di momento $\vec{M}_D = -mgR \sin \varphi \vec{k}$, mentre sull'asta AB agisce la coppia di momento $\vec{M}_{AB} = -\lambda mgR \vec{k}$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. scrivere l'espressione della funzione potenziale delle due coppie (punti 2);
2. scrivere l'espressione della funzione potenziale della forza elastica (punti 1);
3. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (asta + disco) (punti 2);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (asta + disco) in funzione del parametro λ (punti 2);
5. studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio del sistema (asta + disco) in funzione del parametro λ (punti 3);
6. calcolare le reazioni vincolari esterne ed interne all'equilibrio (punti 4);
7. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (asta + disco) (punti 3);
8. scrivere la funzione di Lagrange e determinare le equazioni differenziali del moto del sistema (asta + disco) (punti 3);
9. posto, $\lambda = 2\sqrt{3}$, calcolare le pulsazioni fondamentali delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile (punti 1);
10. determinare gli eventuali integrali primi di moto (punti 1).

