

COGNOME E NOME N. MATRICOLA

C.D.L.: AMBQ CIVQ EDIQQ MATQ MECQ

ANNO DI CORSO: 2 3 ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale Oxy , si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo di massa m e raggio R e da un'asta omogenea AB di massa m e lunghezza $2R$. Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse x . L'asta AB ha l'estremo A vincolato mediante una cerniera nel centro del disco, mentre l'estremo B è scorrevole sull'asse y . Oltre alla forza peso, nell'estremo B dell'asta agisce la forza elastica $\vec{F}_B = -k(B - C)$ dove $k = \frac{mg}{2R}$ e C è il punto del semiasse Oy^+ tale che $|C - O| = 4R$. Sul disco agisce, inoltre, una coppia di momento $\vec{M} = \lambda mgR \sin \theta \vec{i} \times \vec{j}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, dove \vec{i} e \vec{j} sono i versori rispettivamente dell'asse x e dell'asse y .

Introdotta il parametro lagrangiano $\theta = y^- \widehat{BA}$, supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. dimostrare che $\vec{\omega}_D = 2\dot{\theta} \cos \theta \vec{j} \times \vec{i}$ è la velocità angolare del disco (punti 3);
2. scrivere la funzione potenziale della coppia che agisce sul disco (punti 2);
3. scrivere la funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema (punti 2);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema discutendone l'esistenza in funzione del parametro λ (punti 4);
5. calcolare le reazioni vincolari esterne all'equilibrio (punti 3);
6. calcolare la reazione vincolare interna all'equilibrio (punti 2);
7. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 3);
8. scrivere l'equazione differenziale del moto per l'intero sistema (punti 2);
9. scrivere gli eventuali integrali primi, motivando adeguatamente la risposta (punti 1).

