

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

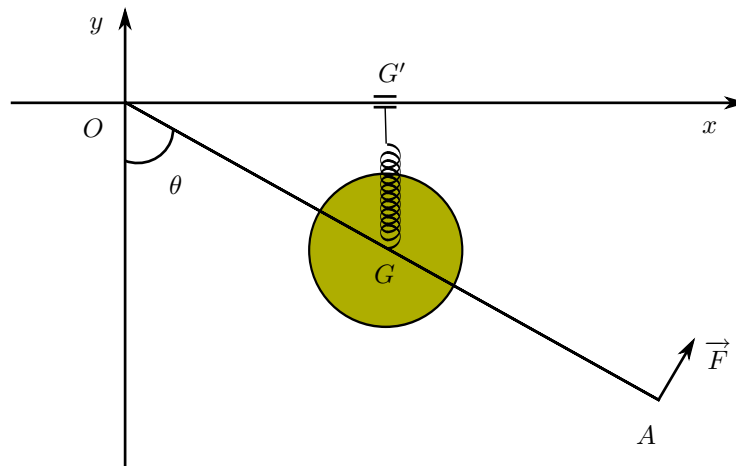
C.D.L.:  AMBL  CIVL

ANNO DI CORSO:  1  2  ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale  $Oxy$ , un'asta  $OA$ , omogenea di massa  $3m$  e lunghezza  $4R$ , è incernierata nell'estremo  $O$  all'origine del sistema di riferimento. Un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $R$ , è saldato all'asta in modo tale che il suo centro coincida con il punto medio  $G$  dell'asta, vedi figura.

Si introduca il parametro lagrangiano  $\theta = y^- \hat{O}A$ .

Oltre alle forze peso, in  $A$  agisce la forza  $\vec{F} = mg \cos \theta \vec{i} + mg \sin \theta \vec{j}$ , mentre nel punto medio  $G$  agisce la forza elastica  $\vec{F}_G = -k(G - G')$  dove  $k = \frac{4mg}{R}$ , con  $G'$  proiezione ortogonale di  $G$  sull'asse  $x$ . Sull'asta, inoltre, agisce la coppia di momento  $\vec{M} = 4mgR \vec{j} \times \vec{i}$ , dove  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  sono i versori rispettivamente dell'asse  $x$  e dell'asse  $y$ .



Supposti i vincoli lisci, si chiede:

1. scrivere l'espressione della funzione potenziale della forza  $\vec{F}$  che agisce nell'estremo  $A$  dell'asta (punti 1);
2. scrivere l'espressione della funzione potenziale della coppia (punti 1);
3. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul corpo rigido (punti 3);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 2);
5. determinare la reazione vincolare esterna nelle configurazioni di equilibrio del sistema (punti 3);
6. determinare il momento d'inerzia  $I_{Oz}$  del sistema rispetto all'asse  $z$  (punti 2);
7. usando la seconda equazione cardinale della dinamica, si determini l'equazione differenziale di moto del sistema (punti 2);
8. determinare la reazione vincolare dinamica esterna nell'istante iniziale, sapendo che in detto istante  $A \in Ox^+$  e l'atto di moto del sistema è nullo (punti 4);
9. si dimostri che  $\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{i} \times \vec{j}$  è la velocità angolare del disco saldato all'asta (punti 2);
10. scrivere l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 2);

AVVERTENZA:

- Durata della prova: 1 ora 50 minuti.