

2<sup>a</sup> PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 24.11.2009

COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

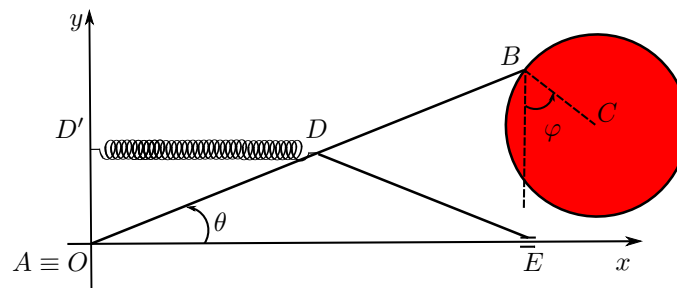
C.D.L.:  EDIQQ  E  AMBQ  CIVQ  MATQ  MECQ

ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

ESERCIZIO. In un piano verticale  $Oxy$ , si consideri un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $2m$  e lunghezza  $2L$ , avente l'estremo  $A$  incernierato nell'origine  $O$ . Al suo estremo  $B$  è incernierato un punto del bordo di un disco omogeneo di centro  $C$ , raggio  $L/2$  e massa  $m$ . Al punto medio dell'asta  $AB$  è incernierato l'estremo  $D$  dell'asta omogenea  $DE$ , di massa  $m$  e lunghezza  $L$ , avente l'estremo  $E$  vincolato a scorrere sull'asse  $x$ .

Si introducano i parametri lagrangiani  $\theta$  e  $\varphi$ , dove  $\theta = \widehat{EAB}$ , mentre  $\varphi$  è l'angolo formato dal raggio  $BC$  con la verticale discendente passante per  $B$ .

Oltre alle forze peso, sull'asta  $AB$  agisce una molla orizzontale, di costante elastica  $k = \lambda mg/L$  ( $\lambda > 0$ ), che richiama il suo punto medio  $D$  all'asse  $Oy$  e sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = \frac{1}{2}mgL \cos \varphi \vec{i} \times \vec{j}$ , dove  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  sono i versori rispettivamente dell'asse  $x$  e dell'asse  $y$ .



Supposti i vincoli lisci, si chiede di:

1. determinare l'espressione della funzione potenziale della molla che agisce sull'asta  $AB$  (punti 1);
2. determinare l'espressione della funzione potenziale della coppia che agisce sul disco (punti 1);
3. scrivere l'espressione della funzione potenziale di tutte le forze attive agenti sul sistema materiale (punti 3);
4. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 3);
5. studiare la stabilità delle configurazioni d'equilibrio in funzione del parametro  $\lambda$  (punti 3);
6. determinare le reazioni vincolari esterne nelle configurazioni di equilibrio (punti 2);
7. determinare le reazioni vincolari interne nelle configurazioni di equilibrio (punti 1);
8. determinare l'espressione del momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $O$  (punti 4);
9. determinare l'espressione dell'energia cinetica del sistema (punti 4).

AVVERTENZA:

- Durata della prova: 1 ora 50 minuti.