

MECCANICA RAZIONALE - 26.03.2013

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  EDILMU  EDIQQ

ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

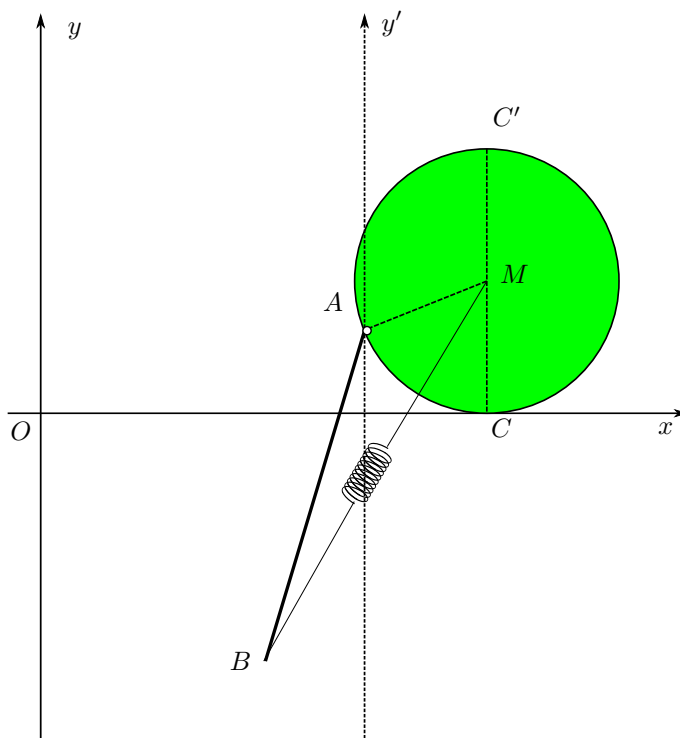
MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT
Punti									

Nel piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa  $2m$  e raggio  $R$ , che rotola senza strisciare sull'asse  $x$ , e da un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$ , avente l'estremo  $A$  incernierato senza attrito in un punto della circonferenza del disco. Una molla ideale di costante elastica  $k = \alpha \frac{mg}{R}$ , con  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ , collega l'estremo  $B$  dell'asta con il centro  $M$  del disco. Sia  $C$  il punto del disco che coincide con il punto di contatto con l'asse  $x$ . Si scelgano come parametri lagrangiani  $\theta = \widehat{CMA}$  e  $\varphi = y' - \widehat{AB}$ , dove l'asse  $y'$  è parallelo all'asse  $y$ , passante per  $A$  ed equiverso all'asse  $y$ . Sul punto  $C'$  della circonferenza, che ad ogni istante si trova sulla verticale passante per  $C$ , agisce una forza  $\vec{F}_{C'} = \frac{mg}{2} \sin \theta \vec{v}$ , dove  $\vec{v}$  è il versore dell'asse  $x$ . Sapendo che, quando  $C \equiv O$ ,  $\theta = 0$  e  $x_C \geq 0$ , si chiede:



1. verificare che la funzione potenziale della forza  $\vec{F}_{C'}$  è la funzione  $U_{\vec{F}_{C'}} = -mgR \cos \theta + \text{cost.}$  [PUNTI 4]

2. determinare la funzione potenziale  $U$  di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 4]

3. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema, discutendone l'esistenza in funzione del parametro  $\alpha$  [PUNTI 4]

4. determinare le configurazioni di equilibrio di confine del sistema, discutendone l'esistenza in funzione del parametro  $\alpha$  [PUNTI 4]

5. discutere la stabilità delle configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema al variare del parametro  $\alpha$  [PUNTI 4]

6. determinare la reazione vincolare esterna all'equilibrio [PUNTI 4]

7. scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 4]

8. calcolare le pulsazioni principali delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile nel caso  $\alpha = 1$  ed  $\ell = \frac{9}{4}R$  [PUNTI 4]