

MECCANICA RAZIONALE - 12.01.2016

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: ..... ANNO DI CORSO:  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....

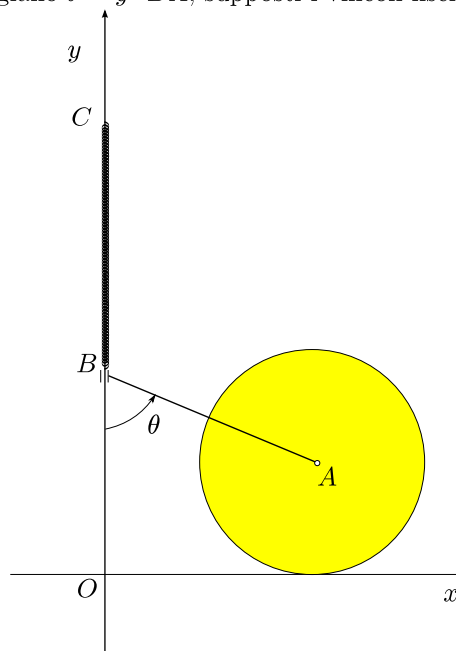
ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

In un piano verticale  $Oxy$ , si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  e da un'asta omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $2R$ . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse  $x$ . L'asta  $AB$  ha l'estremo  $A$  vincolato mediante una cerniera nel centro del disco, mentre l'estremo  $B$  è scorrevole sull'asse  $y$ . Oltre alla forza peso, nell'estremo  $B$  dell'asta agisce la forza elastica  $\vec{F}_B = -k(B - C)$  dove  $k = \frac{mg}{2R}$  e  $C$  è il punto del semiasse  $Oy^+$  tale che  $|C - O| = 4R$ . Sul disco agisce, inoltre, una coppia di momento  $\vec{M} = -mgR \sin \theta \vec{i} \times \vec{j}$ , dove  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$  sono i versori rispettivamente dell'asse  $x$  e dell'asse  $y$ .

Introdotta il parametro lagrangiano  $\theta = y^- \widehat{BA}$ , supposti i vincoli lisci, si chiede:



1. dimostrare che  $\vec{\omega}_D = 2\dot{\theta} \cos \theta \vec{j} \times \vec{i}$  è la velocità angolare del disco [PUNTI 3]

2. determinare la funzione potenziale  $U$  di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 5]

3. determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema [PUNTI 4]

4. determinare le reazioni vincolari esterne nelle configurazioni di equilibrio [PUNTI 4]

5. determinare la reazione vincolare interna nelle configurazioni di equilibrio [PUNTI 3]

6. scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 4]

7. calcolare l'espressione del momento della quantità di moto  $\vec{K}_O(AB)$  dell'asta  $AB$  rispetto all'origine  $O$  del sistema di riferimento [PUNTI 4]

8. determinare eventuali integrali primi di moto [PUNTI 2]

9. scrivere l'equazione differenziale del moto del sistema [PUNTI 3]