

PROBABILITÀ E STATISTICA - 24.06.2008

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  GESL  INFL ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 4

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 49 e varianza 16. Si chiede di calcolare  $P[|X - 49| < 5]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Un prodotto viene etichettato stampando 4 linee spesse, 5 linee medie e 3 linee sottili. Se ad ogni sequenza di linee corrisponde una diversa etichetta, quante diverse etichette si possono realizzare con questo schema?

[PUNTI 4]

C2

(C3) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale di ampiezza  $n$ , estratto da una distribuzione continua uniforme nell'intervallo  $[a - 3, 3a + 1]$ , con  $a > 1$ . Determinare uno stimatore di  $a$  con il metodo dei momenti.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Sia  $(X, Y)$  la variabile casuale bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 8x^2y & y^2 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolare  $E[XY]$ .

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

**Quesito Teorico**

Date due variabili aleatorie  $X, Y$  identicamente distribuite, dimostrare che

$$\text{Cov}[2X + 2Y, 2X - 2Y] = 0.$$

[PUNTI 2]

- (E1) Siano  $U_1$  e  $U_2$  due urne contenenti palline bianche e nere.  $U_1$  contiene 3 palline bianche e 1 nera,  $U_2$  contiene 1 pallina bianca e 4 nere.
- (a) Si estraggono 1 pallina da  $U_1$  e 1 da  $U_2$  e si rimettono nelle rispettive urne. Calcolare la probabilità che le 2 palline estratte siano dello stesso colore.
  - (b) Ripetendo più volte l'esperimento del punto (a), calcolare la probabilità di ottenere 2 palline dello stesso colore al terzo tentativo.
  - (c) Si estrae una pallina da  $U_1$  e la si pone in  $U_2$ . Successivamente si estrae una pallina da  $U_2$ . Qual è la probabilità che la pallina estratta da  $U_2$  sia bianca? Qual è la probabilità che la pallina estratta da  $U_1$  sia bianca, sapendo che la pallina estratta da  $U_2$  è bianca?

[PUNTI 7]



(E2) Il tempo di vita (in ore) di una data apparecchiatura elettronica è una variabile casuale  $X$  avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^2} & \text{se } x > a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare  $a$  in modo che  $f_X$  sia una funzione di densità di probabilità.
- (b) Determinare la funzione di ripartizione  $F_X$ .
- (c) Calcolare  $P[X > 3a]$ .
- (d) Calcolare  $\text{Med}[X]$ .
- (e) Qual è la probabilità che su 4 apparecchiature di questo tipo almeno 3 funzionino per almeno 12 ore?

[PUNTI 7]

