

PROBABILITÀ E STATISTICA - 03.09.2008

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:  AMBL  CIVL  CIVLS  GESL  INFL ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 6.3 e varianza 4. Calcolare  $P[\sqrt[3]{X} \geq 2]$ .

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C2) Un'urna contiene 3 palline rosse e 4 palline blu. Si estraggono 2 palline e, dopo averne guardato il colore, si reinseriscono nell'urna. Calcolare la probabilità di estrarre 1 pallina rossa e 1 pallina blu per la prima volta al terzo tentativo.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Il tempo di vita medio di un macchinario è distribuito esponenzialmente, con media pari a 400 ore. Calcolare la probabilità che il macchinario funzioni per almeno altre 100 ore, sapendo che ha lavorato correttamente per le prime 500 ore.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) In un tratto di autostrada, vi sono 0.03 crepe per km. Qual è la probabilità che non vi siano crepe in 5 km?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con cinque decimali)

**Quesito Teorico**

Date due variabili aleatorie indipendenti  $X$  e  $Y$ , dimostrare che

$$\text{cov}[X - 2Y, X + 3] = \text{var}[X].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale di ampiezza  $n$ , estratto da una popolazione distribuita con la densità di probabilità

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \frac{16}{\theta^2} x e^{-4x/\theta} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

con  $\theta > 0$ .

- (a) Determinare uno stimatore  $T_1$  di  $\theta$  con il metodo della massima verosimiglianza.
- (b) Verificare se lo stimatore  $T_1$  è corretto.
- (c) Si consideri lo stimatore  $T_2 = \frac{3X_1 + \bar{X}_n}{8}$ . Indicare quale tra i due stimatori  $T_1$  e  $T_2$  è preferibile. Motivare la risposta.

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X$  una variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & \text{se } 0 < x \leq 1, \\ \frac{5}{6} & \text{se } 1 < x \leq 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare la funzione di ripartizione  $F_X$ .
- (b) Calcolare  $\text{var}[X]$ .
- (c) Calcolare  $P\left[\frac{1}{2} \leq X \leq 4\right]$ .
- (d) Sia  $Y$  una variabile casuale continua distribuita uniformemente sull'intervallo  $[-1, 1]$ . Sapendo che  $X$  e  $Y$  sono indipendenti, calcolare  $E[(X + Y)^2]$ .

[PUNTI 7]

