

PROBABILITÀ E STATISTICA - 25.11.2008

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS GESL INFL PPING

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 3

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media -4 e deviazione standard 1 . Calcolare $P[4X > -7]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) In una scuola media di un piccolo paese ci sono 8 ragazzi nella classe prima, 15 nella classe seconda e 10 nella classe terza. Si vuole formare un comitato di istituto composto da 5 ragazzi scelti a caso tra tutti i ragazzi della scuola. Calcolare la probabilità che nel comitato ci siano esattamente 2 ragazzi di seconda.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C3) Da un'indagine sul tempo di vita di alcuni batteri, è risultato che su un campione casuale di 4 batteri la deviazione standard campionaria è pari a 6 ore. Supponendo che il tempo di vita sia una variabile casuale distribuita normalmente, determinare la lunghezza dell'intervallo di confidenza per la media al livello del 99%.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C4) Un'urna contiene 2 monete di cui la prima è equilibrata, mentre la seconda è truccata in modo che la probabilità che esca testa sia tripla della probabilità che esca croce. Si sceglie a caso una moneta e la si lancia 2 volte. Qual è la probabilità che escano 2 teste?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)
--

Quesito Teorico

Siano X_1, \dots, X_n n variabili casuali indipendenti ed equidistribuite, ciascuna con media μ e varianza σ^2 . Utilizzando l'identità $E[T^2] = \text{Var}[T] + E[T]^2$, verificare che

$$E \left[nS^2 - n^2\bar{X}^2 \right] = -n^2\mu^2$$

essendo \bar{X} la media campionaria e S^2 la varianza campionaria.

[PUNTI 2]

(E1) Siano X e Y variabili casuali indipendenti aventi densità

$$f_X(x) = \frac{1}{2}I_{(0,2)}(x), \quad f_Y(y) = 5e^{-5y}I_{(0,+\infty)}(y).$$

Determinare

- (a) la densità congiunta $f_{X,Y}$;
- (b) $P[X + Y \leq 2]$;
- (c) $P[Y^2 > 1]$;
- (d) $E[XY]$;
- (e) $\text{Cov}[3X - 2Y, 3X + 2Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Tre tiratori sparano un colpo ciascuno sul medesimo bersaglio. La probabilità che il primo tiratore colpisca il bersaglio è $1/3$, quella del secondo tiratore è $2/3$ e quella del terzo tiratore è $1/6$.

- (a) Calcolare la probabilità che il bersaglio venga colpito.
- (b) Calcolare la probabilità che il bersaglio venga colpito dal primo tiratore, sapendo che il bersaglio è stato colpito.
- (c) Quale dei due eventi è più probabile:

$A = \{\text{il bersaglio è stato colpito SOLO dal primo tiratore}\}$

$B = \{\text{il bersaglio è stato colpito dal secondo tiratore ma non dal terzo}\}$

[PUNTI 7]

