

PROBABILITÀ E STATISTICA - 23.06.2009

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) In un armadio sono appese 10 camicie, di cui 6 sono a quadri, 1 a righe e 3 a tinta unita. Si scelgono a caso 3 camicie. Qual è la probabilità di scegliere 1 camicia a quadri e 2 camicie non a quadri?

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C2) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media -3 e varianza 4. Si chiede di calcolare $P[X > -1.92 \mid X > -3]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(C3) Da un'urna contenente 40 palline, di cui 10 bianche, si effettuano estrazioni con reinserimento fino ad ottenere per la prima volta una pallina bianca. Sia X la variabile casuale che descrive il numero di estrazioni effettuate per ottenere la pallina bianca. Calcolare $P[X \geq 3]$.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Quattro tecnici si occupano delle riparazioni dei guasti che accadono in una linea automatica di produzione. Il primo tecnico effettua il 20% delle riparazioni e in un caso su 20 non esegue correttamente il lavoro; il secondo tecnico effettua il 60% delle riparazioni e in un caso su 10 non esegue correttamente il lavoro; il terzo tecnico effettua il 15% delle riparazioni e in un caso su 10 non esegue correttamente il lavoro; il quarto tecnico effettua il 5% delle riparazioni e in un caso su 20 non esegue correttamente il lavoro. Il successivo guasto viene ritenuto una conseguenza della precedente riparazione imperfetta; qual è la probabilità che la precedente riparazione sia stata fatta dal secondo tecnico ?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria. Mostrare che per ogni $a \in \mathbb{R}$ si ha

$$E[(X + a)^2] = (\mu_X + a)^2 + \sigma_X^2.$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = C \left(x^2 + \frac{xy}{2} \right) I_{(0,1)}(x) I_{(0,3)}(y).$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $C \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la funzione di ripartizione congiunta $F_{X,Y}(x, y)$;
- (c) determinare le densità marginali $f_X(x)$ e $f_Y(y)$;
- (d) calcolare $E[Y|X = x]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si è misurata 15 volte la temperatura di una stanza ottenendo i seguenti valori

temperatura °C	13.5	13.7	14	14.1	14.4	14.8
frequenza	2	3	4	3	2	1

Supponendo che la temperatura sia una v.a. normale con varianza $\sigma^2 = 9$, determinare un intervallo di confidenza della media al 95%.

Quante misure occorre effettuare affinché l'intervallo di confidenza della media al 90% abbia lunghezza minore di 1?

[PUNTI 7]

