

PROBABILITÀ E STATISTICA - 07.09.2009

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X una variabile casuale uniformemente distribuita sull'intervallo $\left[\frac{3a-5}{2}, \frac{3}{2}a-1\right]$. Calcolare $\text{var}[X]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C2) Una variabile aleatoria X è distribuita normalmente con media 45 e varianza 16. Si chiede di calcolare $P[|X - \mu_X| \geq 3]$.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C3) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}xy & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 1 \leq y \leq 3, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $P[Y < X + 1]$.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con cinque decimali)

(C4) Dieci comodini identici hanno ognuno due cassetti:

- cinque comodini contengono ciascuno una moneta d'argento in un cassetto ed una moneta d'oro nell'altro cassetto,
- quattro comodini contengono ciascuno una moneta d'argento in ogni cassetto,
- un comodino contiene una moneta d'argento in un cassetto ed una moneta di bronzo nell'altro.

Si sceglie a caso un comodino, si apre uno dei due cassetti e si trova una moneta d'argento. Qual è la probabilità che vi sia una moneta d'argento nell'altro cassetto?

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)
--

Quesito Teorico

Siano date 6 variabili casuali X_1, \dots, X_6 indipendenti ed identicamente distribuite con varianza 4. Dimostrare che la media campionaria \bar{X}_6 ha varianza $\frac{2}{3}$.

[PUNTI 2]

(E1) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto dalla densità

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \left(1 - \frac{x}{2\theta}\right), & \text{se } 0 \leq x \leq 2\theta, \\ 0, & \text{altrove.} \end{cases}$$

- (a) Determinare uno stimatore T di θ con il metodo dei momenti.
- (b) Stabilire se T è distorto e calcolarne l'errore quadratico medio $\text{MSE}[T]$.

[PUNTI 7]

(E2) La richiesta mensile (espressa in tonnellate) di pasta da parte dei clienti di un supermercato è una variabile aleatoria X con densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} k(x-2)^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) calcolare la costante di normalizzazione k e tracciare il grafico di f_X ;
- (b) determinare la funzione di ripartizione F_X ;
- (c) calcolare $\text{var}[X]$;
- (d) calcolare $P[-4 < X \leq 1]$;
- (e) calcolare $P[X = 2]$.

[PUNTI 7]

