

PROBABILITÀ E STATISTICA - 13.06.2011

COGNOME E NOME

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

| Quesito | C1 | C2 | C3 | C4 | QT | E1 | E2 | TOT |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Punti | | | | | | | | |

(C1) Sia X una variabile aleatoria distribuita normalmente con media 20 e deviazione standard 1. Calcolare $P[|X - 20| > 0, 1]$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(C2) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n estratto da una popolazione distribuita con densità di probabilità rettangolare uniforme nell'intervallo $[7, 7 + 2\theta]$, con $\theta > 0$. Si determini uno stimatore T per θ con il metodo dei momenti.

[PUNTI 4]

C2

(C3) Sia X la variabile aleatoria avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{x}} & \text{se } 0 < x \leq 7, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Dopo aver determinato la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione, calcolare $E[X]$.

[PUNTI 4]

C3

(C4) In una ditta di automazione un operaio lavora sempre sul macchinario M_1 o sul macchinario M_2 . Egli ha probabilità $\frac{1}{2}$ di essere mandato sul macchinario M_1 . La probabilità di produrre un pezzo senza difetti mediante M_1 è $\frac{2}{3}$, mentre la probabilità di produrre un pezzo difettoso con M_2 è $\frac{1}{2}$. Sapendo che l'operaio ha prodotto un pezzo difettoso, si chiede di calcolare la probabilità che l'operaio abbia lavorato con il macchinario M_2 .

[PUNTI 4]

| |
|--|
| C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini) |
|--|

Quesito Teorico

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di una distribuzione esponenziale di media incognita θ .

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(6 - x - y) & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \text{ e } 2 \leq y \leq 4, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $f_X(x)$, $f_{Y|X}(y|x)$, $E[Y|X = x]$.

[PUNTI 7]

(E2) Tre tiratori sparano un colpo ciascuno sul medesimo bersaglio. La probabilità che il primo tiratore colpisca il bersaglio è $\frac{3}{4}$, quella del secondo tiratore è $\frac{1}{4}$ e quella del terzo tiratore è $\frac{1}{6}$.

- (a) Calcolare la probabilità che il bersaglio venga colpito.
- (b) Calcolare la probabilità che il bersaglio venga colpito dal primo tiratore, sapendo che il bersaglio è stato colpito.
- (c) Quale dei due eventi è più probabile:

$A = \{\text{il bersaglio è stato colpito SOLO dal primo tiratore}\}$

$B = \{\text{il bersaglio è stato colpito dal secondo tiratore ma non dal terzo}\}$

[PUNTI 7]

