

PROBABILITÀ E STATISTICA - 29.11.2011

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Tre macchine A , B , C producono, rispettivamente, il 60%, il 30% e il 10% del numero totale dei pezzi prodotti da una fabbrica. Le percentuali di produzione difettosa di queste macchine sono, rispettivamente, del 2%, 3% e 4%. Viene estratto a caso un pezzo che risulta difettoso. Determinare la probabilità che quel pezzo sia stato prodotto dalla macchina C .

[PUNTI 4]

C1

(C2) Calcolare la media e la deviazione standard di una variabile aleatoria X , con distribuzione normale, tale che $P[X > -3] = 0.691462$ e $P[X < 2] = 0.977250$.

[PUNTI 4]

C2

(C3) Le precipitazioni annuali di Roma sono approssimativamente una variabile aleatoria normale di media 40.2 centimetri e deviazione standard di 8.4 centimetri. Qual è la probabilità che le precipitazioni dell'anno prossimo superino i 44 centimetri?

[PUNTI 4]

C3

(C4) Data la variabile casuale bidimensionale (X, Y) avente densità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{ab} \left(1 - \frac{x}{b}\right) & \text{se } 0 \leq x \leq b \text{ e } 1 \leq y \leq 1 + a \text{ (con } a, b > 0), \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

determinare l'espressione della densità marginale f_X .

[PUNTI 4]

C4

Quesito Teorico

Sia X_1, \dots, X_n un campione aleatorio. Supponiamo che le X_i , $i = 1, \dots, n$ siano v.a. indipendenti e esponenziali, ciascuna di media θ incognita. Si trovi lo stimatore di massima verosimiglianza per la media della distribuzione.

[PUNTI 2]

- (E1) Vengono effettuate in tempi diversi 20 misurazioni della concentrazione di un dato elemento in un materiale, e si osserva una media di 1.23 unità ed una varianza corretta di 0.4 unità². Nell'ipotesi che questa concentrazione abbia un modello statistico normale con parametri sconosciuti, determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la sua media.

[PUNTI 7]

(E2) Data la seguente funzione

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1, \\ \ln x & \text{se } 1 < x \leq e, \\ 1 & \text{se } x > e, \end{cases}$$

si chiede di

- (a) verificare che F_X è una funzione di ripartizione di una variabile casuale X e tracciarne il grafico;
- (b) determinare la corrispondente funzione di densità f_X e tracciarne il grafico;
- (c) calcolare $E[X]$ e $\text{var}[X]$;
- (d) calcolare $P[X > 3]$ e $P[X > 2]$.

[PUNTI 7]

