

PROBABILITÀ E STATISTICA - 12.06.2012

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Determinare l'intervallo di confidenza al 95% per la media di una popolazione normale avente varianza $\sigma^2 = 0,25$ e da cui sia stato estratto un campione casuale di numerosità $n = 64$, avente media $\bar{x} = 2$.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con quattro decimali)

(C2) Consideriamo una urna U_1 contenente 4 palline rosse e 6 nere. Si estraggono due palline e si crea una seconda urna U_2 .

- Determinare la probabilità che da questa seconda urna U_2 si estragga una pallina rossa.
- Sapendo di aver estratto una pallina rossa dalla seconda urna U_2 , determinare la probabilità che la pallina rimasta nell'urna U_2 sia nera.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione)

(C3) Un tipografo prepara un libro in cui ogni pagina contenga $n = 1500$ caratteri. Ogni carattere, indipendentemente dagli altri, può essere sbagliato con probabilità $p = 0,0009$. Utilizzando l'approssimazione alla binomiale con leggi di Poisson, calcolare la probabilità che una pagina fissata sia senza errori.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con tre decimali)

(C4) Si assume che la lunghezza dello stelo di una popolazione di piante di una certa specie botanica sia distribuita normalmente con media 6,2 cm e deviazione standard 2,4 cm. Determinare la probabilità di avere piante con stelo compreso tra 5 cm e 7 cm.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con quattro decimali)

Quesito Teorico

Enunciare e dimostrare il Teorema di Bayes.

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k xy^2 & \text{se } 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale di Y ;
- (c) determinare la densità marginale di X ;
- (d) determinare $E[Y]$;
- (e) determinare $E[X]$;
- (f) determinare se X e Y siano indipendenti;
- (g) calcolare il valore atteso della variabile aleatoria $Z = X - Y$.

[PUNTI 7]

(E2) Sia X una popolazione distribuita secondo la legge Bernoulliana di parametro p , con $(0 < p < 1)$, e sia

$$T(X) = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{5},$$

uno stimatore di p . Determinare:

- (a) Se lo stimatore T è corretto. Nel caso che non lo sia, calcolare la sua distorsione.
- (b) Calcolare l'errore quadratico medio di T .

[PUNTI 7]

