

PROBABILITÀ E STATISTICA - 11.09.2012

COGNOME E NOME

C. D. L.: GESL

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Un esame del sangue riconosce una certa malattia nel 99% dei casi quando essa è in atto. Tuttavia, l'esame fornisce un falso positivo nel 2% dei pazienti sani (cioè, se viene esaminata una persona sana, l'esame darà esito positivo con probabilità 0.02). Supponiamo che 0.5% della popolazione abbia la malattia. Determinare la probabilità condizionata che una persona scelta a caso abbia effettivamente la malattia se il test è positivo.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con tre cifre decimali)

(C2) Per stimare l'ammontare medio dei danni causati dagli incendi nei condomini di medie dimensioni, una associazione di consumatori ha campionati i fascicoli di una grande compagnia assicurativa ottenendo i seguenti importi (in migliaia di euro) per 10 richieste di rimborso:

121, 55, 63, 12, 8, 141, 42, 51, 66, 103.

Determinare la stima (in euro) dell'ammontare medio di danni causati da tutti gli incendi del tipo preso in considerazione.

[PUNTI 4]

C2

(C3) Una compagnia assicurativa ha 10^4 polizze auto attive. Se il risarcimento annuale medio per ogni assicurato è 260 euro con deviazione standard di 800 euro, si chiede di approssimare la probabilità che il risarcimento annuale superi 2.8 milioni di euro.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con quattro cifre decimali)

(C4) I punteggi QI ottenuti dagli studenti di prima media hanno distribuzione normale con media 100 e deviazione standard 14.2. Determinare la probabilità che uno studente di prima media scelto a caso abbia un punteggio compreso tra 90 e 115.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato con tre cifre decimali)

Quesito Teorico

Enunciare e dimostrare il Teorema della probabilità totale.

[PUNTI 2]

(E1) Sia (X, Y) la variabile aleatoria bidimensionale avente densità di probabilità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k x^2 y^3 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \text{ e } 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Si chiede:

- (a) determinare la costante $k \in \mathbb{R}$ di normalizzazione;
- (b) determinare la densità marginale $f_X(x)$ di X ;
- (c) determinare la densità marginale $f_Y(y)$ di Y ;
- (d) determinare $F_Y(y)$;
- (e) dire se le due variabili casuali siano indipendenti, motivando la risposta;
- (f) calcolare $\text{cov}[X, Y]$;
- (g) calcolare $P[X > Y]$.

[PUNTI 7]

(E2) Si è misurata 20 volte la pressione relativa di una gomma per automobili, ottenendo i seguenti valori:

pressione (bar)	2,0	2,1	2,4	2,5	2,6	2,7
frequenza	2	3	4	6	4	1

Supponendo che la pressione sia una variabile aleatoria normale con varianza $\sigma^2 = 0,36 \text{ bar}^2$, determinare un intervallo di confidenza della media al 95%. Qual è il numero minimo di misure che occorre effettuare affinché l'intervallo di confidenza della media al 90% abbia lunghezza minore di 0,1 bar?

[PUNTI 7]

