

PROBABILITÀ E STATISTICA - 04.09.2013

COGNOME E NOME .....

C. D. L.:

ANNO DI CORSO:

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Un'urna contiene 5 biglie rosse e 10 biglie verdi. Se ne estraggono 5 senza reimmissione. Calcolare la probabilità che le 5 biglie estratte siano tutte verdi.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C2) Un oggetto di massa incognita viene pesato 6 volte mediante una bilancia di precisione. Si ottiene un campione aleatorio  $X_1, \dots, X_6$  normale di media  $\mu$  pari alla massa dell'oggetto e varianza incognita  $\sigma^2$ . Sapendo che  $\bar{X}_6 = 0.89$  e  $S^2 = 0.17$ , determinare un intervallo di confidenza bilaterale per la varianza  $\sigma^2$  al 95%.

[PUNTI 4]

C2

(C3) La misura  $Y$  di una certa grandezza  $\mu$  è data da  $Y = \mu + R$  dove  $\mu$  è un numero reale positivo ed  $R$  è una variabile aleatoria esponenziale di valore atteso  $\mu$ . Determinare il valore atteso e la varianza di  $\frac{Y}{\mu}$ .

[PUNTI 4]

C3

(C4) In occasione del lancio di un nuovo prodotto, una ditta organizza un gioco promozionale a premi. Ciascun partecipante lancia un dado regolare, e vince una somma pari al risultato del lancio moltiplicato per 10 euro. Supponendo che i partecipanti siano 100, si chiede di calcolare, utilizzando l'approssimazione normale, la probabilità che la ditta debba sborsare più di 3350 euro in totale.

[PUNTI 4]

C4

**Quesito Teorico**

Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione aleatorio di media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$  incognite. Dati gli stimatori di  $\mu$ :

$$T_1 = \bar{X}_n \quad \text{e} \quad T_2 = \frac{X_1 + X_n}{2},$$

dimostrare che entrambi sono corretti, ma che, se  $n > 2$ , lo stimatore  $T_1$  è preferibile a  $T_2$ .

[PUNTI 2]

(E1) Una compagnia di assicurazioni offre una polizza che prevede il pagamento di una determinata cifra a fronte di un danno subito dal cliente. La compagnia classifica gli assicurati in tre categorie: basso rischio, medio rischio e alto rischio. Dei suoi assicurati, il 75% sono a basso rischio, il 20% a medio rischio ed il restante 5% ad alto rischio. Gli assicurati a basso rischio hanno una probabilità pari a 0.02 di subire un danno che prevede il pagamento dell'assicurazione. Tale probabilità è pari a 0.1 per gli assicurati a medio rischio ed a 0.2 per quelli ad alto rischio.

- (a) Qual è la probabilità che un individuo scelto a caso tra gli assicurati reclami il pagamento dell'assicurazione?
- (b) Se un individuo reclama il pagamento dell'assicurazione, qual è la probabilità che sia nella categoria ad alto rischio?

[PUNTI 7]



(E2) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione aleatorio con funzione densità di probabilità

$$f(x; \theta) = \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}(x^2-1)} \mathbf{I}_{(1,+\infty)},$$

dove  $\theta > 0$  è un parametro da stimare.

- (a) Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza  $T$  di  $\theta$ .
- (b) Studiare la distorsione di  $T$ .

[PUNTI 7]

